

Controle preditivo robusto baseado em inequações matriciais lineares aplicado a máquinas síncronas

AN LMI ROBUST PREDICTIVE CONTROL APPROACH APPLIED TO SYNCHRONOUS MACHINES

Cláudio Homero Ferreira da Silva
Humberto Molinar Henrique
Luis Cláudio Oliveira-Lopes
Faculdade de Engenharia Química – Universidade Federal de Uberlândia
Luiz Renato Gomes
CEMIG Geração e Transmissão SA – Gerência das Usinas do Triângulo

RESUMO

Pequenas centrais hidrelétricas basicamente utilizam estratégias clássicas e simplificadas para o controle do processo. Entretanto, é notório o fato de que algoritmos de controle preditivo robusto podem garantir a estabilidade e melhorar o desempenho do processo baseado em modelos de incerteza. Este artigo é direcionado a este problema e aplica ao controle de centrais hidrelétricas um conjunto de técnicas de controle tais como controle preditivo baseado em modelo clássico e controle preditivo robusto baseado na utilização de desigualdades de matrizes lineares para assegurar a garantia da estabilidade robusta para certa classe de incertezas. Este trabalho apresenta os resultados da simulação na Central Hidrelétrica dos Martins (4 x 2,75 MVA) localizada em Uberlândia (MG)/Brasil.

PALAVRAS CHAVE

Controle preditivo baseado em modelos. Controle robusto. Sistemas de potência. LMI. Incerteza.

ABSTRACT

Small hydroelectric power plants basically use classical and simplified algorithm strategies applied to the control of the process. However, it is known that robust model predictive control can guarantee stability and improve performance in model based uncertain systems. This paper addresses this problem and applies to a hydro power plant control a set of control techniques such as the classical model predictive control and an LMI based robust model predictive control to ensure the guarantee of robust stability for certain class of uncertainties. The paper presents simulation results for

Martins Hydro Plant (4 x 2.75 MVA) located at Uberlandia (MG)/Brazil.

KEYWORDS

Model Predictive Control. Robust Control. Power Systems. LMI. Uncertainty.

1. INTRODUÇÃO

Em pequenas centrais hidrelétricas o sistema de controle é bastante simplificado montado até de forma primitiva e arcaica, embora funcional. Os sistemas de controle de uma máquina elétrica são, basicamente, o controle de potência ativa/frequência e o controle de potência reativa/tensão (Elgerd, 1976). A atuação destes determina a qualidade da energia, a estabilidade e a integridade física da própria máquina e do sistema elétrico em que ela está inserida. O desenvolvimento de importantes ferramentas teóricas juntamente com o uso de computadores digitais possibilitou a introdução de diversas melhorias sobre a estrutura de controle automático, buscando manter a estabilidade do processo sob quaisquer condições, mesmo na presença de desvio planta/modelo ou com ruídos de medidas e visando ainda a melhoria no desempenho da malha fechada. Tais ferramentas adicionam flexibilidade, capacidade de decisão e ainda agregam conhecimento e tecnologia aos processos (Ogata, 1987).

O controle preditivo baseado em modelos (MPC) é caracterizado pela utilização de um modelo explícito a fim de prever as saídas do processo em um tempo no futuro, pelo cálculo de uma seqüência de ações de controle que minimizem uma função objetivo com a aplicação da primeira ação de controle da seqüência calculada e atualização de medição com novos cálculos

de minimização. Os diversos algoritmos de controle preditivo diferem pela forma do modelo usado para representar o processo e o ruído e pela função custo a ser minimizada. Existem hoje muitas aplicações com sucesso de controle preditivo, não só na indústria química como em outras áreas (Silva et al., 2003). Para maiores informações ver Mayne et. al (2000) e Oliveira-Lopes (2000). O conceito de controle preditivo robusto (RMPC) está associado com a utilização explícita de um modelo para as incertezas diretamente na formulação do cálculo da lei de controle. Os algoritmos de controle preditivo robusto diferem pela forma de representação das incertezas e pela restrição de estabilidade além das diferenças citadas para controladores MPC convencionais. Durante as décadas passadas uma sólida fundamentação teórica de MPC possibilitou a aplicação prática desta estratégia com estabilidade garantida e certo grau de robustez. Como obstáculos dos algoritmos de MPC robusto podem-se citar a alta demanda computacional e a aplicabilidade a depender da velocidade e dimensão da planta sobre a qual o controle atuará. A fim de superar estes obstáculos a aplicação de desigualdades lineares (LMI) tem se mostrado promissoras.

Este artigo aplica estratégias de controle ao problema de pequenas centrais elétricas, sendo elas: controle preditivo e controle preditivo robusto baseado no uso de LMI. A seção 2 apresenta o processo de geração de energia elétrica. A seção 3 mostra a fundamentação necessária para a aplicação de MPC robusto utilizando LMI. A seção 4 apresenta os resultados aplicados no modelo da PCH dos Martins de propriedade da CEMIG, situada no município de Uberlândia/MG (4x2,75 MW). A seção 5 mostra as conclusões deste trabalho e no encerramento do artigo são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas.

2. PROCESSO DE GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A implementação de novos projetos de PCH's, bem como a reativação e a modernização de usinas existentes, pode contribuir para a ampliação da capacidade de geração de forma rápida e com baixos custos tanto financeiro quanto ambiental.

Os modelos representativos dos sistemas de regulação de velocidade e potência ativa e/ou de regulação de tensão e potência reativa são teoricamente genéricos, assim como os demais sistemas físicos caracterizados por máquinas síncronas, transformadores de potencial, linhas de transmissão e cargas acopladas.

A escolha pela representação de uma instalação hidráulica geradora contra uma barra infinita, acopladas por uma linha de transmissão (Re e Le), como mostra a Figura 1, deve-se ao fato de os resultados serem bastante representativos daquilo que ocorre na realidade no interior das estações, sem maiores preocupações com o sistema externo.

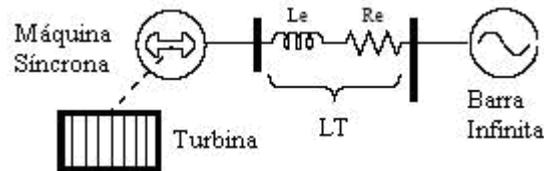


Figura 1 – Circuito para máquina contra barra infinita

2.1 MODELAGEM DO PROCESSO

O modelo do processo se caracteriza por considerações gerais inerentes ao sistema completo apresentado por Anderson e Fouad (1982) e resultante da aplicação das técnicas das transformações de Park. O sistema foi linearizado nos valores nominais de trabalho da máquina de forma a se obter um modelo linear representativo deste processo. As funções de transferência mostradas a seguir são resultantes do levantamento e identificação do modelo aplicado à instalação, e seus parâmetros encontram-se validados por ensaios na planta e análise de comportamento operativo, como mostrou Gomes(1992 a; 1992 b). Partindo-se das Funções de Transferência é possível construir o diagrama de blocos do processo, como é mostrado na Figura 2. Uma forma bastante comum de se trabalhar em sistemas de potência é a utilização de

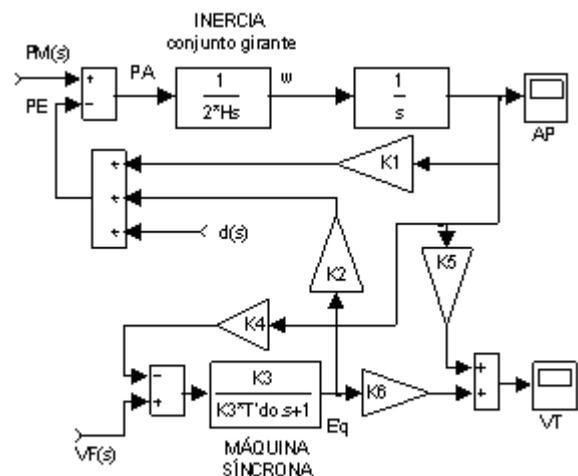


Figura 2 - Diagrama de blocos com as funções de transferência do processo original

um conjunto de unidades formando uma base, que normalizará e escalará todas as variáveis do processo ("pu" - por unidade). A base adotada é mostrada na Tabela 1. A Tabela 2 mostra os valores para os parâmetros do modelo apresentado.

Onde: s é a variável de Laplace, PA é a potência acelerante, PE é a potência elétrica, PM é a potência mecânica, w é a frequência elétrica, 2H expressa a inércia do conjunto girante, AP é o ângulo de potência, VF é a tensão de campo, T'do é a constante de tempo transitória de eixo direto da máquina a vazio, TEL é o torque elétrico. E'q é o fluxo do entreferro, VT é a tensão terminal e d é a perturbação externa.

Tabela 1 - Base de valores adotada

Grandeza	Valor
Potência	2.750 kW
Tensão	4.160 VCA
Aceleração da gravidade	9,8 m/s ²

Tabela 2 - Valores nominais dos parâmetros

Param.	Valor	Param.	Valor
2H	6 s	K1	0,82 pu/rad
K5	-0,1 pu/rad	K2	1,18 pu/pu
K6	0,4 pu/pu	K3	0,3 pu/pu
T'do	2,5 s	K4	1,15 pu/rad

As Equações (1) a (6) expressam as constantes linearizadas K1-K6. As limitações do processo são de natureza: mecânica, ligada às movimentações do distribuidor e perturbações mecânicas a que a máquina encontra-se sujeita; elétrica, ligada a capacidade de isolamento dos componentes do sistema e sistêmica, ligada a requisitos de qualidade de fornecimento da energia, à capacidade dos sistemas se manterem interligados e a oscilações eletrodinâmicas oriundas de chaveamentos e manobras.

$$K1 = \frac{\partial TEL}{\partial \delta}, E'q = E'q_0, dw = 0 \quad (1)$$

$$K2 = \frac{\partial TEL}{\partial E'q}, \delta = \delta_0, dw = 0 \quad (2)$$

$$K3 = \frac{\partial E'q}{\partial V_f}, \delta = \delta_0 \quad (3)$$

$$K4 = -\frac{1}{K3} \frac{\partial E'q}{\partial \delta}, VF = VF_0 \quad (4)$$

$$K5 = \frac{\partial VT}{\partial \delta}, E'q = E'q_0 \quad (5)$$

$$K6 = \frac{\partial VT}{\partial E'q}, \delta = \delta_0 \quad (6)$$

2.2 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Após a manipulação algébrica das funções de transferência mostradas na Figura 2 obtém-se a forma clássica de espaço de estados para a planta, como mostra a Eq. (7). Os vetores dos estados (x), das entradas (u) e das saídas (y) são indicados nas Eqs. (8) a (10), respectivamente. As matrizes A , B , B_d , C são mostradas nas Eqs. (11) a (13), respectivamente. A perturbação externa é expressa por d (Silva et al, 2004).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$x^T = [E'q \quad w \quad AP] \quad (8)$$

$$u^T = [VF \quad P_M]^T \quad (9)$$

$$y^T = [AP \quad VT] \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1/(K3T'do) & 0 & K4/(T'do) \\ -K2/(2H) & 0 & -K1/(2H) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 1/T'do & 0 \\ 0 & 1/2H \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2H \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ K6 & 0 & K5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3. CONTROLE PREDITIVO ROBUSTO

A caracterização de um conjunto de incertezas significa encontrar uma representação matemática da

incerteza do modelo, baseado no conhecimento do sistema (Skogestad e Postlethwaite, 1997). As incertezas na planta podem ter muitas origens, como: parâmetros do modelo linear aproximados com erro, parâmetros do modelo linear variando devido à característica não-linear dos sistemas reais associada com o ponto de operação, imperfeições na medida, modelos e estruturas desconhecidos em altas frequências, escolha de modelos mais simples negligenciando dinâmicas como incertezas, controlador implementado diferente do controlador sintetizado. As principais formas de modelar incertezas são: Incerteza paramétrica ou incerteza estruturada; Incerteza de certas dinâmicas que foram negligenciadas ou não-modeladas; Incerteza distribuída ou incerteza não estruturada. Uma alternativa para a aproximação na descrição de incertezas é assumir uma distribuição probabilística dos parâmetros e considerar uma resposta média. Está é a incerteza estocástica; Quando a incerteza de modelo é parametrizada por uma lista finita de possíveis plantas tem-se a forma de multimodelos.

O controle preditivo baseado em modelos (MPC) é caracterizado pela utilização de um modelo explícito, representado pelas Eqs. (14) e (15), a fim de prever as saídas do processo em um tempo no futuro, pelo cálculo de uma seqüência de ações de controle que minimizem uma função objetivo, expressa pela Eq. (16), com a aplicação da primeira ação de controle da seqüência calculada e atualização de medição com novos cálculos de minimização.

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{z}_k + \mathbf{B}\mathbf{v}_k \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{z}_k \quad (15)$$

$$J(\mathbf{z}, \mathbf{v}, k) = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{z}_{k+j|k}^T \mathbf{Q}\mathbf{z}_{k+j|k} + \mathbf{v}_{k+j|k}^T \mathbf{R}\mathbf{v}_{k+j|k} \quad (16)$$

Onde $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^z$ é o vetor de estados, $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^u$ é o vetor de entradas e $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^y$ é o vetor de saídas. Durante a operação, o sistema deve respeitar restrições pertencentes a um conjunto poliédrico formado por estados e entradas, isto é, $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ e $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}$. A matriz positiva definida, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$, e a matriz positiva semi-definida, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T \geq 0$, são os pesos de desempenho. A Figura 3 ilustra este esquema. Existem muitas formulações de MPC que introduzem formas de MPC com estabilidade nominal garantida, como por exemplo, a formulação de MPC

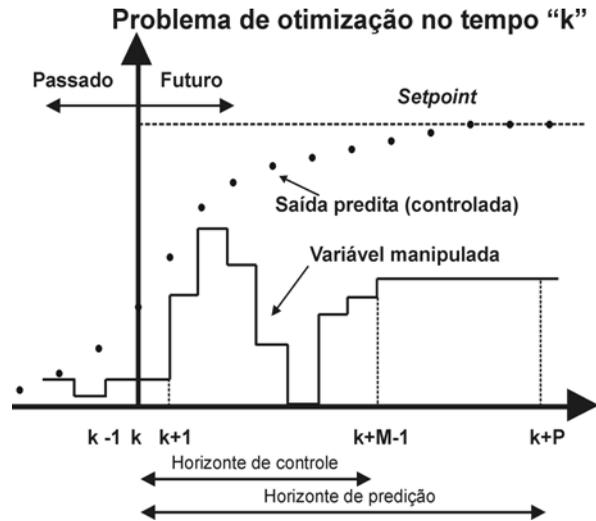


Figura 3 - Estrutura básica do MPC

com horizonte infinito. A análise de robustez de interesse aqui está baseada principalmente na análise de sensibilidade a incertezas e seus efeitos no desempenho e estabilidade de algoritmos MPC (Silva et al., 2003). A existência de desvio planta/modelo pode conduzir a formulação a um fraco desempenho e levando instabilidade aos sistemas de controle.

O MPC de estabilidade garantida é definido de forma que o movimento de controle $\mathbf{u}(k)$, no instante k de amostragem, é dado pelo primeiro elemento $\mathbf{u}(k|k)$ de $\mathbf{U}:\{\mathbf{u}(k|k), \mathbf{u}(k+1|k), \dots, \mathbf{u}(k+M-1|k)\}$, que é a solução do problema de otimização dada pelas Equações (17) a (20). Onde: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$, $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T \geq 0$,

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} + \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{A} \quad (\text{Equação de Lyapunov}),$$

$\Delta \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$. No instante $k+M$ e posteriormente o vetor de entradas \mathbf{u} é um vetor de termos iguais a zero. Neste caso não há formulação expressa da incerteza e a garantia de estabilidade se restringe ao caso de modelagem perfeita (Muske e Rawlings, 1993).

$$J_k = \min_{\mathbf{u}} \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{y}_{k+j}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}_{k+j} + \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{k+j} + \Delta \mathbf{u}_{k+j}^T \mathbf{S} \Delta \mathbf{u}_{k+j} \quad (17)$$

$$J_k = \min_{\mathbf{u}} \Psi_k = \mathbf{U}^T \mathbf{H} \mathbf{U} + 2\mathbf{U}^T (\mathbf{G}\mathbf{x}_k - \mathbf{F}\mathbf{u}_{k-1}) \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} & \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} - \mathbf{S} & \dots & \mathbf{B}^T \mathbf{A}^{T^{M-1}} \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{A} \mathbf{B} - \mathbf{S} & \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} & \dots & \mathbf{B}^T \mathbf{A}^{T^{M-2}} \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{A}^{M-1} \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{A}^{M-2} \mathbf{B} & \dots & \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{B} + \mathbf{R} + 2\mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$G = \begin{bmatrix} B^T \bar{Q} A \\ B^T \bar{Q} A^2 \\ \vdots \\ B^T \bar{Q} A^M \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} S \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

3.1 INEQUAÇÕES MATRICIAIS LINEARES (LMI)

A idéia básica das inequações matriciais lineares (LMI) em controle é interpretar um dado problema de controle como um problema de programação semi-definida (SDP), ou seja, um problema de otimização com objetivo linear e restrições positiva semi-definidas envolvendo matrizes simétricas que são *affine* nas variáveis de decisão. As técnicas de LMI surgiram como uma potente ferramenta de análise em várias áreas da engenharia de controle, identificação de sistemas e projeto estrutural. Algumas de suas características são mostradas a seguir:

- Uma variedade de especificações de projeto e restrições podem ser expressas como LMIs;
- Uma vez formulado em termos de LMI, o problema pode ser resolvido exatamente por algoritmos eficientes de otimização convexa.
- Enquanto muitos problemas com múltiplas restrições ou objetivos perdem solução analítica em termos de equações de matrizes, eles freqüentemente se mantêm tratáveis no ambiente de LMI. Isto torna o projeto baseado em LMI uma valiosa alternativa para os métodos analíticos clássicos.

O início da aplicação de LMI na análise de sistemas dinâmicos aconteceu a mais de cem anos atrás, quando Lyapunov publicou seu trabalho e que passou a ser conhecido desde então como Teoria de Lyapunov (Boyd et al., 1994).

Os problemas padrões em LMI podem ser resolvidos em tempo polinomial, o que significa que eles possuem baixa complexidade computacional. Eles também podem ser resolvidos na prática de forma bastante eficiente e atingem o ótimo global com critérios de parada não heurísticos. É possível provar que o ótimo global pode ser obtido dentro de uma precisão pré-especificada. O mais importante desta discussão é a possibilidade de implementação *on-line*, o que é um fato essencial para o MPC.

3.2 O PROBLEMA RMPC BASEADO EM LMI

A teoria de controle preditivo baseado em modelos (MPC) teve origem no final da década de 1970 e tem se desenvolvido de forma considerável desde então (Silva

et al., 2003). Apesar do enorme desenvolvimento do controle preditivo nas últimas décadas, faz-se necessário o aprimoramento de várias áreas, tais como à garantia da obtenção da solução do problema de otimização e a garantia de estabilidade (Bemporad e Morari, 1999). Os estudos de controladores MPC robustos passam pela análise de robustez de propriedades padrões do MPC projetado para o modelo nominal e pelo desenvolvimento de algoritmos MPC que são robustos por construção. A análise é, de maneira geral, considerada o item de maior dificuldade, até mesmo em relação ao próprio projeto de controladores robustos. Isto ocorre em função da existência de certas dificuldades tais como a aplicação das ferramentas de controle a sistemas do tipo *on-line*. Outra questão que acaba se tornando uma dificuldade é a característica específica da modelagem pelo enfoque de variáveis de estado com restrições.

Um controle é robusto se ele for insensível à diferenças entre o sistema atual e o modelo utilizado para o cálculo do controlador. Alguns conceitos utilizados no projeto e na análise de controle robusto são descritos a seguir. Dado um conjunto de modelos incertos Γ e uma série de objetivos de desempenho, supondo que $P \in \Gamma$ é o modelo nominal e W é o controlador que estabiliza internamente P , então a malha fechada é dita possuir:

- Estabilidade nominal: se W estabiliza internamente o modelo nominal P ;
- Estabilidade robusta: se W estabiliza internamente todas as plantas em Γ ;
- Desempenho nominal: se os objetivos de desempenho são satisfeitos para P ;
- Desempenho robusto: se os objetivos de desempenho são satisfeitos para todas as plantas em Γ .

A principal falha no projeto de técnicas de MPC é sua falta de habilidade em lidar explicitamente com incertezas no modelo da planta, como apresentou Kothare, Balakrishan e Morari (1996). Em geral, as formulações de MPC consideram um simples modelo linear e invariante no tempo para descrever a planta. Tal controle de sistema pode ter um desempenho pobre quando implementado em um sistema físico que não seja exatamente descrito pelo modelo. Este fato levou Campo e Morari em 1987 a modificarem a formulação de um problema de otimização *on-line* aplicado a uma simples planta em um problema mín-máx sobre um conjunto de modelos. Porém esta formulação é de difícil

tratamento computacional. Neste contexto a formulação em LMI do problema mín-máx leva a solução pela minimização do limite superior na função objetivo. Neste caso o problema de otimização on-line pode ser resolvido de maneira extremamente eficiente usando algoritmos de tempo polinomial.

Um conceito ligado com a questão de controle robustamente estável sobre determinada faixa de incertezas é a noção de estabilidade quadrática. Um sistema é dito quadraticamente estável se existir uma função quadrática de Lyapunov positiva-definida, $V(x) = x^T P x$, que reduz ao longo da trajetória do sistema e que pode ser formulada em termos de um número finito de LMIs (Balakrishanan, 2002). Um sistema pode ser robustamente estável sem ser quadraticamente estável, uma função mais geral de Lyapunov pode ser empregada para deduzir a fraqueza da condição de estabilidade robusta. Considerando, por outro lado a síntese, um controle robustamente estabilizante sobre um modelo considerando uma faixa de incerteza, existem muitas possibilidades para gerar a seqüência de controle. A síntese robustamente estabilizante da matriz de realimentação de estado, usando uma função quadrática de Lyapunov, também pode ser formulada com um problema viável de LMI. Löfberg (2003) apresentou outra abordagem de MPC robusto utilizando LMI. Considerando o sistema linear e discreto e invariante no tempo na forma da Eq. (21). Onde $x \in R^n$, $u \in R^m$, $d \in R^m$ e $y \in R^p$ são o vetor de estados, o vetor de entradas, o vetor de perturbação externa e o vetor de saídas respectivamente. Além da dinâmica o sistema possui restrições de estado e de entrada na forma das Equações (21) a (23). A incerteza neste caso é considerada na forma de uma perturbação externa. O índice de desempenho de horizonte infinito da Eq. (24) é aproximado pelo índice de desempenho finito da Eq. (25) considerando-se um horizonte de predição M . Onde as matrizes $Q = Q^T > 0$ e $R = R^T > 0$ são matrizes de ponderação positivas definidas. Algumas definições úteis a serem utilizadas na formulação do problema na forma de LMI são dadas pelas Eqs.(26) a (31). O sistema pode ser reescrito na forma de desigualdades de matrizes lineares na forma das Eqs. (32) a (34).

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_d d(k) \quad (21)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$u \in U, \text{ onde } U = \{u: E_u u \leq f_u\}, \text{ com } d \in \Theta \quad (22)$$

$$x \in X, \text{ onde } X = \{x: E_x x \leq f_x\}, \text{ com } d \in \Theta \quad (23)$$

$$J(k) = \sum_{i=0}^{\infty} (y(k+i)^T Q y(k+i) + u(k+i)^T R u(k+i)) \quad (24)$$

$$J(k) = \sum_{i=0}^{M-1} (y(k+i|k)^T Q y(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)) \quad (25)$$

$$Y_{lmi} = (y_{k|k}^T \quad y_{k+1|k}^T \quad \dots \quad y_{k+M-1|k}^T)^T \quad (26)$$

$$X_{lmi} = (x_{k|k}^T \quad x_{k+1|k}^T \quad \dots \quad x_{k+M-1|k}^T)^T \quad (27)$$

$$U_{lmi} = (u_{k|k}^T \quad u_{k+1|k}^T \quad \dots \quad u_{k+M-1|k}^T)^T \quad (28)$$

$$Y_{lmi} = C_{lmi} X_{lmi} \quad (29)$$

$$X_{lmi} = A_{lmi} x_{k|k} + B_{lmi} U_{lmi} + B_{d_{lmi}} D$$

$$A_{lmi} = \begin{pmatrix} I \\ A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{M-1} \end{pmatrix}, C_{lmi} = \begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$B_{lmi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ A^{M-2}B & \dots & AB & B & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$B_{d_{lmi}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_d & 0 & 0 & \dots & 0 \\ AB_d & B_d & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ A^{M-2}B_d & \dots & AB_d & B_d & 0 \end{bmatrix}$$

Considerando a transformação da perturbação externa na forma de uma incerteza em bloco diagonal Δ , após manipulações algébricas obtém a forma final desta formulação em LMI. Os termos Γ , γ e U_{lmi} estão relacionados com as incertezas. Torna-se importante ressaltar que para este caso a restrição de estado é robustamente satisfeita se $E_x(A_{lmi} X_{k|k} + B_{lmi} U_{lmi}) + \gamma \leq F_x$ é satisfeito.

$$\min_{\Gamma, U_{lmi}, \gamma} \Gamma$$

sujeito:

$$\begin{pmatrix} \Gamma - \sum_{i=1}^s \tau_i & (\mathbf{C}_{lmi}(\mathbf{A}_{lmi}\mathbf{x}_{k|k} + \mathbf{B}_{lmi}\mathbf{U}_{lmi}))^T & \mathbf{U}_{lmi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{lmi}(\mathbf{A}_{lmi}\mathbf{x}_{k|k} + \mathbf{B}_{lmi}\mathbf{U}_{lmi}) & \mathbf{Q}_{lmi}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{lmi}\mathbf{B}_{d_{lmi}} \\ \mathbf{U}_{lmi} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{lmi}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{C}_{lmi}\mathbf{B}_{d_{lmi}})^T & \mathbf{0} & \mathbf{T} \end{pmatrix} \succeq \mathbf{0} \quad (32)$$

$$\mathbf{E}_u \mathbf{U}_{lmi} \leq \mathbf{F}_u$$

$$\mathbf{E}_x (\mathbf{A}_{lmi}\mathbf{x}_{k|k} + \mathbf{B}_{lmi}\mathbf{U}_{lmi}) + \gamma \leq \mathbf{F}_x$$

$$\mathbf{R}_{lmi} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{pmatrix}, \mathbf{Q}_{lmi} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{E}_{u_{lmi}} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E}_u \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{u_{lmi}} = (\mathbf{f}_u^T \ \mathbf{f}_u^T \ \dots \ \mathbf{f}_u^T)^T, \mathbf{E}_{x_{lmi}} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E}_x \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{x_{lmi}} = (\mathbf{f}_x^T \ \mathbf{f}_x^T \ \dots \ \mathbf{f}_x^T)^T \quad (34)$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 4 apresenta a malha aberta do processo em questão. O processo é estável e oscilante em malha aberta. A Fig. 5 mostra a resposta do sistema sob perturbação interna com os reguladores eletro-mecânico atuais. Pode-se notar a presença de *offset* nas saídas. A Figura 6 mostra o comportamento do sistema e da ação de controle com IHMPC (seção 3.1). A Figura 7 mostra

os resultados para o RMPC baseado na utilização de LMI, como apresentado na seção 3.2. Os parâmetros de ajuste dos controladores foram: horizonte de controle \mathbf{R} e \mathbf{S} são matrizes identidade de ordem apropriada e $\mathbf{Q} = 10 \cdot \mathbf{I}$ e horizonte de controle $M = 5$. Neste trabalho será considerada apenas a incerteza na entrada na forma politópica cuja região está limitada a uma variação de 10%.

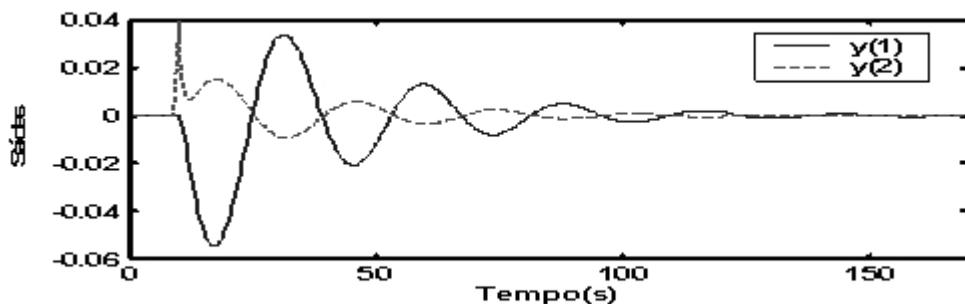


Figura 4 - Sistema em malha aberta

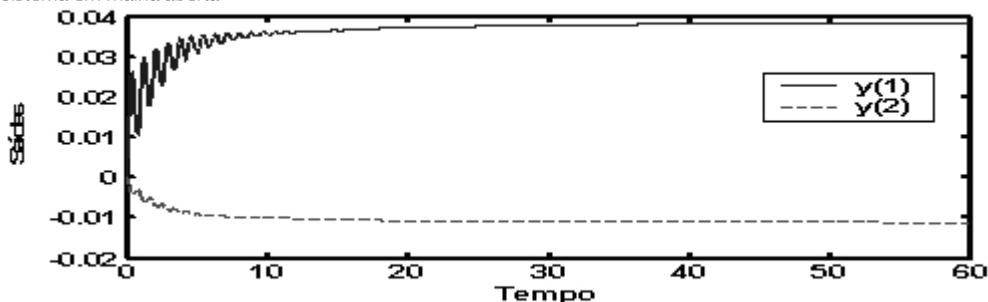


Figura 5 - Sistema, com controladores originais, submetido a 1% de perturbação externa (d)

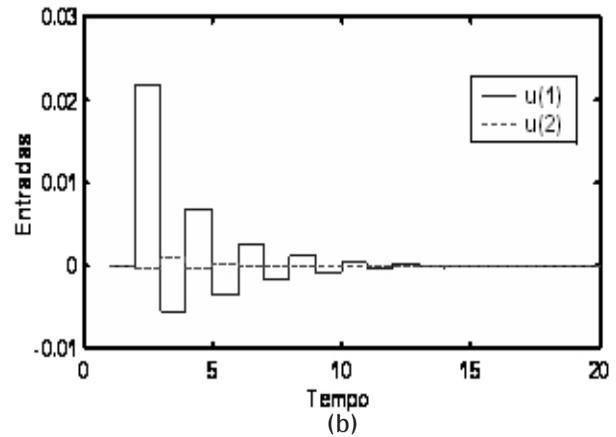
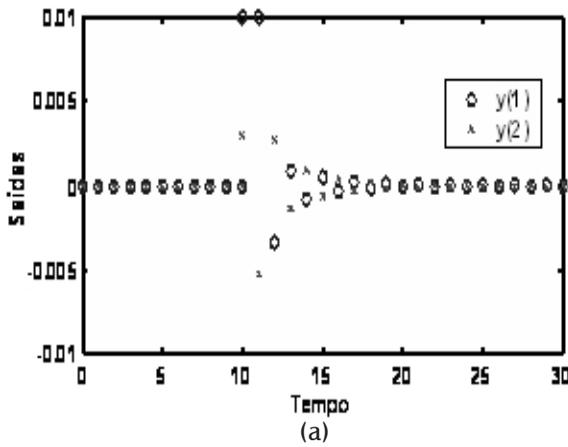


Figura 6 - Comportamento do sistema com IHMPC

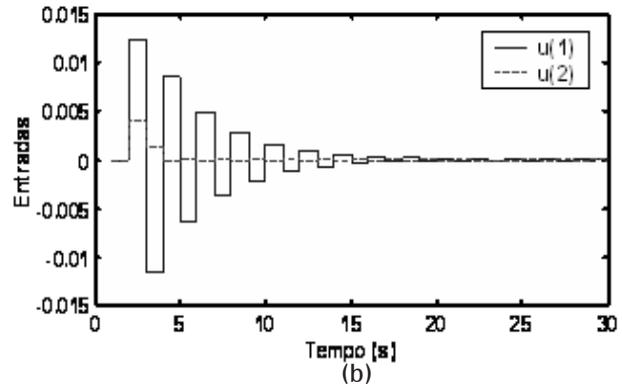
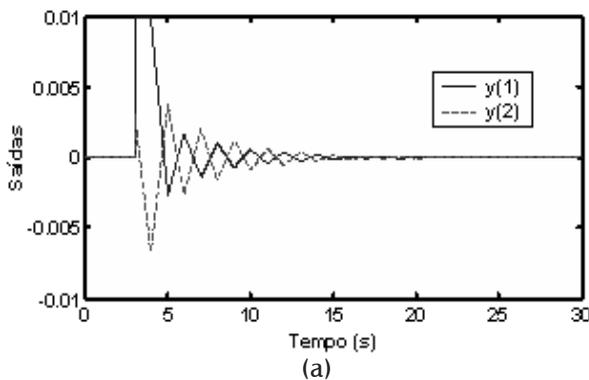


Figura 7 - Sistema utilizando RMPC baseado na utilização de LMI

6. CONCLUSÃO

Este artigo aplicou as seguintes técnicas de controle no modelo linear simplificado da PCH de Martins (4 x 2,25 MVA): controle MPC de horizonte infinito (IHMPC) e controle MPC baseado em LMI com restrição de robustez e considerando a incerteza como máxima perturbação de tamanho 1. O sistema é estável com os atuais controladores em operação. Poder-se-ia pensar que um ajuste resolveria o problema. Porém uma vez que se trata de equipamentos puramente manuais os recursos de ajustes encontram-se limitados, sendo está a melhor resposta com os atuais equipamentos de controle. O controle foi realizado sem *off-set*, em tempo reduzido. O algoritmo de controle preditivo robustos baseado na utilização de LMI foi aplicado ao processo e os resultados demonstram a sua aplicabilidade. O resultado do RMPC possui desempenho aceitável principalmente comparando-se as respostas das Figuras 6 e 7, onde o RMPC apresentou resultados similares ao MPC nominal. A intenção aqui não foi de mostrar os melhores ajustes mas sim a possibilidade para atingi-lo. Como sugestões para futuros trabalhos citam-se a

análise de desempenho dos controladores aqui apresentados juntamente com a avaliação dos limites de robustez e a avaliação comparativa destes controladores com outras formulações de RMPC como a mín-máx e outras abordagens de LMIs, bem como a extensão do estudo a modelos completos do processo.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON P. M., FOUAD A. A. (1982) "Power System Control and Stability", The Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA.
- BALAKRISHNAN, V. (2002) Linear Matrix Inequalities in Robust Control – A Brief Survey, Proc. Math. Thy of Networks and Systems, Notre Dame, Indiana.
- BEMPORAD A., MORARI M. Robust Model Predictive Control: A Survey, 2003, Submetido para publicação.
- BOYD,S., GHAOUI, L., FERON, E., BALAKRISHNAN, V. (1994): Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory,

SIAM, Pennsylvania, USA.

ELGERD O. L. (1976) "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica", Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., São Paulo.

GOMES L R (1992a) "Manutenção Geral nos Sistemas de Excitação – Máquina 03 e 04 da Usina dos Martins", 01.124-PD/PR3-096/92, CEMIG.

GOMES L R (1992b) "Manutenção Geral nos Sistemas de Regulação de Velocidade – Máquina 03 e 04 da Usina dos Martins", 01.124-PD/PR3-097/92, CEMIG.

LÖFBERG J.(2003) "Minimax approaches to robust model Predictive control,", Tese de Doutorado, Linköping, Suíça.

KOTHARE, M. V., BALAKRISHNAN V., MORARI M. (1996): Robust Constrained Model Predictive Control Using Linear Matrix Inequalities, Automatica, Vol. 32, Nº 10, pp. 1361-1379.

MAYNE D.Q., RAWLINGS J. B., RAO C. V., SCOKAERT P. O. M. (2000) "Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality", Automatica, Vol. 36, pg. 789-814.

MUSKE K. R., RAWLINGS J. B.(1993) "Model Predictive Control With Linear Models", AIChE Journal, Vol 39, Nº 2, pg. 262-287.

OGATA, K. (1987) "Discrete-Time Control Systems", Prentice-Hall, 2nd ed.

OLIVEIRA-LOPES, L. C. (2000) "Reference System Nonlinear Model Predictive Control", Tese de Doutorado, Lehigh University, USA.

SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. (1997): Multivariable Feedback Control: analysis and design, Jonh Wiley & Sons, Chichester, England.

SILVA C. H. F.; HENRIQUE H. M., GOMES L. R.(2003) "Modelagem e Aplicação de Técnicas de Controle Moderno e Preditivo em Pequenas Centrais Hidroelétricas", Anais do III Congresso Internacional de Instrumentação, Sistemas e Automação, São Paulo/SP.

SILVA, C. H. F., OLIVEIRA-LOPES, L. C., HENRIQUE, H. M., GOMES, L. R. (2004) Controle Preditivo Robusto Aplicado a Pequenas Centrais Hidrelétricas, IV Simpósio Nacional de Pequenas e Médias Centrais Hidrelétricas, RECIFE - PE.