

**Paulo Roberto Pereira  
Manzoli**

*Universidade de Taubaté*  
paulo.manzoli@gmail.com

**Viktor Alexeevich  
Pastoukhov**

*Universidade de Taubaté*  
vpastouk@gmail.com

# CÁLCULOS AUXILIARES PARA ANÁLISE DE TOLERÂNCIA AO DANO EM INSTALAÇÕES DE ANTENAS EM FUSELAGENS PRESSURIZADAS

## RESUMO

As necessidades da indústria aeronáutica exigem a criação de estruturas eficientes, com equilíbrio entre durabilidade, confiabilidade e de tolerância aos danos, estimulando o surgimento de ferramentas de análise. O estudo sobre o assunto levou às equações cinéticas que relacionam a taxa de propagação de trincas com fatores de intensidade de tensão, representando tanto o efeito da carga externa quanto da geometria. As soluções para determinação de funções geométricas dos fatores de intensidade de tensão derivam de métodos variados, já havendo várias bibliotecas dessas funções para componentes estruturais de geometrias padronizadas. Para novas configurações, é necessário o desenvolvimento de tais funções utilizando métodos numéricos avançados, como de elementos finitos. As mesmas ferramentas também são aplicadas em cálculos que determinam o efeito de abaulamento da trinca, fornecendo soluções mais adequadas para levantamentos exclusivos de fatores geométricos requeridos na análise de propagação de trincas em fuselagens pressurizadas modificadas pela instalação de antenas.

**Palavras-chave:** Elementos Finitos, Funções Geométricas, Instalação de Antenas, Propagação de Trincas, Tolerância ao Dano.

### Correspondência/Contato

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ  
Departamento de Engenharia Mecânica

Rua Daniel Danelli, s/n, Jd. Morumbi  
Taubaté - SP  
CEP 12060-440  
Fone (12) 3625-4193

### Editores responsáveis

Prof. Dr. Evandro Luis Nohara  
evandro@unitau.br

Prof. Dr. Luiz Eduardo Nicolini do P. Nunes  
luiz.nunes@unitau.com.br

Profa. Dra. Valesca Alves Correa  
valesca.correa@unitau.com.br

## 1 INTRODUÇÃO

A fadiga de estruturas de aeronaves é um fenômeno largamente conhecido e estudado desde que o eixo da hélice da aeronave Kitty Hawk se quebrou, atrasando o primeiro vôo dos irmãos Wright (BOGGS et al., 1976). A magnitude dos efeitos dos fenômenos de fadiga é observada através dos estudos efetuados por especialistas de indústrias, centros acadêmicos, agências reguladoras e companhias aéreas em todo o mundo desde que o engenheiro francês Jean-Victor Poncelet cunhou o termo fadiga em 1839 (SWIFT, 1987).

A trinca por fadiga vem ao longo dos anos representando a grande maioria de falhas em serviço de estruturas e componentes nas engenharias aeronáutica, civil e mecânica. Essas falhas são originadas por cargas mecânicas, ambientes agressivos ou temperaturas elevadas. De acordo com Fine (1980), as falhas devido à fadiga podem ser classificadas em fenômenos distintos, mas que se relacionam: deformação plástica cíclica antes do início da fratura, início de uma ou mais trincas microscópicas, união de microfissuras para formar uma macrotrinca inicial, posterior propagação macroscópica da trinca, e, a degradação da resistência mecânica com a conseqüente falha catastrófica final.

Os requisitos técnicos e as necessidades econômicas da indústria aeronáutica exigem a criação de estruturas eficientes, havendo um cuidadoso equilíbrio entre durabilidade, confiabilidade, eficiência e de tolerância a danos. Nos últimos 50 anos, muitos avanços foram feitos na análise de tensões de componentes estruturais de aeronaves, na compreensão do comportamento do crescimento de trincas originadas por fadiga em materiais metálicos, e na previsão da resistência residual de complexas estruturas de aeronaves com diversos danos. Embora a taxa de falhas em estruturas de aeronaves devido à fadiga tenha caído significativamente a partir de meados da década de 1950 (GORANSON, 2007), vários estudos foram feitos desde então para melhorar a compreensão do processo da fratura por fadiga, e, várias ferramentas avançadas surgiram para analisar a segurança de estruturas contra falhas inesperadas.

O fracasso da aeronave de transporte comercial Comet, ocorrido por causa de trincas originadas por fadiga (COHEN et al., 1955), deu origem ao estudo de propagação de trincas a partir da presença de algum defeito inicial e também utilizando o conceito de fatores de intensidade de tensão de Irwin (1957), Paris, Gomez e Anderson (1961) e Paris e Endorgan (1963). A abordagem dos fatores de intensidade de tensão em trincas levou Neuber (1961) e Hardrath e Ohman (1953) a equações que relacionam tensões e deformações plásticas às concentrações de tensões elásticas. Em seguida, Hutchinson (1968) e Rice (1968) observaram algumas semelhanças entre a relação elástico-plástica das trincas de Neuber e as respectivas soluções para o comportamento das mesmas. Com a utilização dos parâmetros de formato de trincas com ângulos agudos de abertura, McEvily Jr. e Illg (1958) correlacionaram a taxa de crescimento de trincas por fadiga de uma forma muito semelhante ao conceito atual de taxas  $\Delta K$ .

Anos mais tarde, este parâmetro de ângulo de abertura de trinca mostrou-se diretamente relacionado com o fator de intensidade tensão (PARIS; ENDORGAN, 1963). O conceito dos fatores de intensidade de tensão rapidamente evoluiu para os conceitos de durabilidade e tolerância ao dano, que são atualmente utilizados em projetos de componentes críticos (NEWMAN JR., 1997). Estudos efetuados pelo método de elementos finitos mostraram que, além dos fatores de intensidade de tensão, a geometria também pode afetar a propagação de trincas (FLECK; NEWMAN JR., 1988), sendo constatado que os fatores de correção geométricos se relacionam com os fatores de intensidade de tensão em trincas de geometrias arbitrárias em chapas de comprimento infinito.

Existem muitas soluções para a determinação de fatores geométricos para correção de fatores de intensidade de tensão em diversas condições geométricas, que derivam de diferentes métodos, e, podem ser utilizadas em condições de contorno ou em soluções aceitáveis. Porém, essas soluções, em alguns casos, não refletem as geometrias e os carregamentos reais em análise.

Para estruturas com geometrias complexas, muitas vezes, é mais apropriado o desenvolvimento de fatores de correção geométricos através de métodos numéricos e de elementos finitos, permitindo estimativas para geometrias que não são facilmente modeladas em formatos já listados em bibliografias. A aplicação dessas metodologias também pode acelerar o processamento de casos de múltiplas trincas para encontrar a influência das variações das configurações na solução encontrada.

Para materiais que apresentam uma grande plasticidade e trincas com crescimentos estáveis antes do rompimento completo, não há um consenso sobre o método mais satisfatório para a análise de propagação de trincas (NEWMAN JR., 1985).

A necessidade de grandes volumes de cálculos auxiliares pode ser otimizada através de abordagens sistêmicas, onde a dificuldade apresentada por este problema estimula o trabalho de procura sobre alternativas para a modelagem do comportamento de trincas originadas por fadiga. Uma alternativa promissora é mostrada pelo conceito de fratura local, onde a propagação da trinca é considerada como a sequência de falhas de partes elementares do material que sofrem esforços variáveis e acumulam danos à medida que a extremidade da trinca se aproxima (LEMAITRE, 1986). Assim, obtêm-se resultados estimados adequados sobre a propagação de trincas e da vida residual, utilizando-se apenas de dados básicos sobre o comportamento mecânico do material e sua vida útil estudada em amostras sem trincas iniciais.

O presente trabalho visa mostrar uma compilação das formas utilizadas para o levantamento dos fatores de correção geométricos, através da aplicação de métodos numéricos, de elementos finitos e analíticos para o dimensionamento de modificações de estruturas de fuselagens através de instalação de antenas.

## **2 FUNÇÕES GEOMÉTRICAS PARA CORREÇÃO DE FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO**

A abordagem da mecânica da fratura linear elástica para análise de trincas em estruturas depende do cálculo dos fatores de intensidade de tensão  $K$  para as geometrias típicas de trinca que necessitam de avaliação.

Normalmente, as soluções aproximadas são obtidas usando soluções manuais conhecidas, considerando os efeitos individuais para a geometria da trinca, geometria da estrutura e o seu carregamento.

De acordo com Gallagher et al. (1984) há três fatores relacionados à geometria que normalmente devem ser considerados na análise de trincas de estruturas tolerantes ao dano: concentrações de tensões, largura da trinca e formato da trinca. Os efeitos desses fatores podem ser modelados precisamente utilizando procedimentos de análise numérica. Frequentemente, o processo de crescimento da trinca provoca constantes mudanças em seu formato, o que dificulta significativamente a sua análise.

O efeito da concentração de tensão é relativamente fácil para se estimar em pequenas trincas, pois o fator de intensidade de tensão para uma trinca elementar pode ser multiplicado por funções geométricas  $\beta$  tabeladas (WRIGHT, 2011), porém, conforme a propagação das trincas originadas em áreas com concentrações de tensões

avança, estas se propagam através dos campos de estresse criados pelas concentrações de tensões, e, a influência do gradiente de estresse deve ser considerada (GALLAGHER et al., 1984).

Com a extremidade da trinca se aproximando de uma borda livre, o seu fator de intensidade de tensão aumenta rapidamente, tendendo ao infinito. Nota-se a contribuição da largura da trinca com a influência do fator multiplicativo  $\beta$ , na mesma maneira que a largura afeta a solução para trincas centradas carregadas remotamente.

O início de trincas nas junções de chapas rebitadas ocorre normalmente em furos, quinas ou trincas superficiais próximas aos furos de rebites na superfície de contato da junção. A partir desse ponto, devido às cargas cíclicas, as trincas continuam crescendo em direção à superfície livre da junção oposta ao local em que teve início. A condição de carga primária é causada pela pressurização interna da cabine (Figura 1) (FAWAZ; de RIJCK, 2000). Normalmente, a localização e a direção da propagação da trinca é perpendicular à tensão máxima principal.

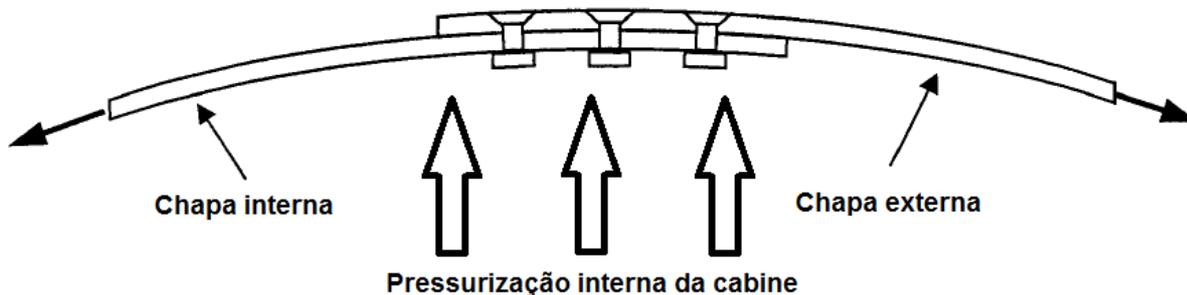


Figura 1. Típica união de chapas rebitadas em fuselagens.

Fonte: (FAWAZ; de RIJCK, 2000).

De acordo com Kosai, Shimamoto e Kobayashi (1996), as trincas longitudinais ao longo das junções das chapas de revestimento da fuselagens são mais perigosas do que as trincas circunferenciais, pois há uma maior possibilidade de ocorrência de múltiplos danos ao longo da junção longitudinal. Além disso, em fuselagens cilíndricas submetidas à pressões internas, trincas com extremidades longitudinais são mais afetadas pelo abaulamento das chapas do que trincas circunferenciais (FOLIAS, 1970). Isto faz com que o abaulamento local flexione a extremidade da trinca e aumente efetivamente o fator de intensidade de tensão nessa região (HEATH; NICHOLLS; KIRKBY, 1976).

A maior dificuldade na precisa obtenção de fatores de intensidade de tensão para trincas com geometrias complexas é a determinação do formato da trinca em função do seu tamanho, sendo também utilizados fatores multiplicativos específicos  $\beta$  para cada formato estudado. Trincas tridimensionais tendem a crescer de tal modo que as fissuras mudam a sua geometria para a forma mais favorável à sua propagação. A taxa de crescimento de trincas ao longo de sua extremidade varia em função da força motriz nesse local, sendo este controlado pela geometria da estrutura, estado de tensão, tamanho da trinca e a forma da extremidade da fissura.

Nos casos onde o cálculo para a obtenção dos fatores de intensidade de tensão não pode ser obtido de modo analítico, a análise pelo método de elementos finitos pode ser usada para a resolução deste tipo de problema. Certas configurações estruturais de aeronaves podem ser analisadas pelo método de elementos finitos, devendo se aplicar as condições de contorno e cargas necessárias ao modelo em análise (GALLAGHER et al., 1984).

As modelagens padrões pelo método de elementos finitos não permitem cobrir o comportamento singular das tensões nas proximidades das extremidades das trincas, sendo, portanto, necessário a adoção de procedimentos

especiais para determinação dos fatores de intensidade de tensão. Uma abordagem para a obtenção dos fatores de intensidade de tensão, utilizando-se a modelagem pelo método de elementos finitos, é a utilização do método de fratura local, onde uma trinca é incorporada no sistema de malha de elementos finitos e os fatores de intensidade de tensão são determinados a partir das tensões nodais individuais ao longo da extensão limiar à trinca (PASTOUKHOV et al., 2012).

Devido às furações presentes nas chapas de revestimento de fuselagens, que são pontos de concentração de tensões, e, também da trinca introduzida na modelagem do elemento analisado, uma malha bem fina deve ser elaborada em torno dessas regiões, devendo definir adequadamente o esforço e os gradientes de tensão em torno dos mesmos. A retirada de material para a instalação de antenas em chapas de revestimento de fuselagens tem um efeito semelhante ao processo de propagação de trincas, onde ocorre a introdução de pequenas falhas que podem se originar devido a problemas originados pelos rebites de fixação do reparo na chapa de revestimento original.

### 3 MÉTODOS PARA LEVANTAMENTO DE FUNÇÕES GEOMÉTRICAS PARA CORREÇÃO DE FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO

De acordo com Broeck (1988), a função geométrica ou fator geométrico  $\beta$  é um termo que se relaciona com o fator de intensidade de tensão em uma trinca de qualquer geometria arbitrária em uma placa de comprimento infinito. Tomando-se o termo mais significativo na definição de Broek (1988), obtém-se:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

Sendo  $K$  o fator de intensidade de tensão,  $\sigma$  a tensão normal aplicada e  $a$  o comprimento da trinca.

Modificando a Equação 1 para uma placa de dimensões finitas, tem-se:

$$K = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi A}{W}\right) \left(\frac{A}{C}\right) \sigma \sqrt{\pi a}} \quad (2)$$

Onde  $W$  é a largura da chapa e  $C$  é o comprimento da chapa. Introduzindo  $\beta$ , temos:

$$K = \beta \left(\frac{A}{C}\right) \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

Onde:

$$\beta = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi A}{W}\right)} \quad (4)$$

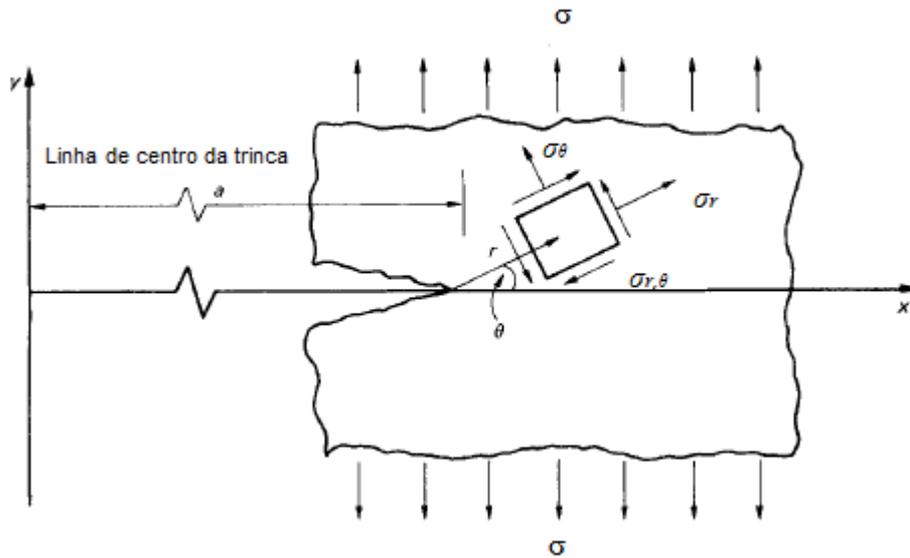


Figura 2. Estado de tensão próximo à extremidade da trinca.  
 Fonte: (MEGSON, 2007).

Portanto, o fator  $\beta$  da Equação 4 fornece a correção de uma placa de dimensões finitas para uma placa de dimensões infinitas. Nota-se que diferentes fatores de intensidade de tensão são definidos para os diferentes tipos de cargas associadas com os métodos de propagação de trincas. A Figura 3 mostra os três tipos geométricos de carregamento em componentes com trincas. O modo 1 (de abertura) ocorre quando a trinca é solicitada por uma força perpendicular ao plano onde se encontra. O modo 2 (de escorregamento) ocorre pela aplicação de uma força de cisalhamento paralela ao eixo axial da trinca. O modo 3 (de rasgamento) refere-se à aplicação de força de cisalhamento perpendicular ao plano que contem a trinca (KNOTT, 1973).

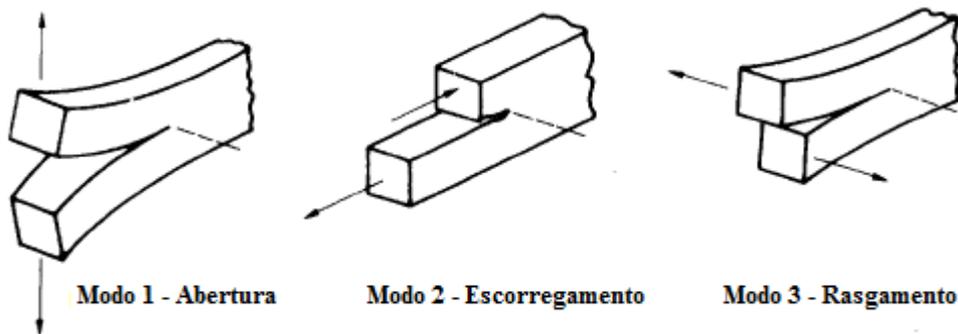


Figura 3. Modos geométricos de carregamento.

O estado das tensões na região da extremidade da trinca, normalmente é descrito por um modelo bidimensional que pode ser utilizado como uma aproximação para muitos casos práticos de carregamentos tridimensionais. Assim, a tensão na distância  $x$  ( $x \leq a$ ) a partir da extremidade da trinca de comprimento  $2a$ , mostrada na Figura 2, pode ser expressa sob a forma (KNOTT, 1973):

$$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r,\theta} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} f(\theta) \tag{5}$$

onde  $f(\theta)$  é uma função diferente para cada uma das três tensões e  $K$  é o fator de intensidade de tensão;  $K$  é um fator originado em função da geometria em análise, do carregamento aplicado e também das dimensões da trinca. O termo  $\sqrt{2\pi x}$  e  $f(\theta)$  são referentes às tensões nas proximidades da trinca e são os mesmos para todas as trincas submetidas à pressões externas que provocam aberturas de trinca de mesmo tipo. A Equação 5 se aplica a todos os modelos de trincas abertas (MEGSON, 2007).

O fator de intensidade de tensão  $K$  pode assumir um valor máximo  $K_{max}$  correspondente à carga máxima do ciclo. Em uma carga onde a razão entre a tensão mínima e a tensão máxima do ciclo for igual a zero, a variação do fator de intensidade de tensão  $\Delta K$  durante um ciclo de carga será igual ao  $K_{max}$ , pois:

$$\Delta K_I = (1 - R)K_{max} \quad (6)$$

O fator de intensidade de tensão  $K_{max}$  pode ser expresso através da Equação 7, podendo ser aplicada em diversas configurações de chapas com trincas sujeitas à tração no sentido perpendicular ao maior eixo da trinca e com apoios distantes da mesma (PASTOUKHOV et al., 2012).

$$K_{max}(\sigma, a) = \sigma\sqrt{\pi a}\beta \quad (7)$$

A utilização do método de composição de vários fatores geométricos, através das combinações de formatos de geometrias simples, com a utilização do método de elementos finitos e de fatores de concentrações de tensões, permite a obtenção de fatores geométricos  $\beta$  precisos. Um dos desafios na criação de soluções compostas é determinar o desmembramento do problema em condições de contorno apropriadas. Assim, os elementos de subestruturas devem continuar a comportar-se da mesma forma que a estrutura completa para a modelagem ser válida (BROEK, 1988).

Os estudos de Brussat (1981), Gallagher et al. (1984), Newman (1976) e Shah (1976) fornecem soluções para os fatores geométricos na correção dos fatores de intensidade de tensão para diferentes geometrias pré-determinadas. Essas soluções derivam de diversos métodos e podem ser usadas em condições de contorno ou em soluções aceitáveis de engenharia. No entanto, essas soluções não refletem as geometrias e carregamentos reais em análise.

Considerando que as regiões das estruturas analisadas quanto à propagação de trincas em instalação de antenas em fuselagens podem não ser simétricas, a composição de métodos ou modelos pré-elaborados não são aplicáveis nestes casos. Em decorrência disso, os fatores de intensidade de tensão não podem ser derivados a partir de soluções de funções geométricas tabeladas. Para esses casos, se faz necessário a aplicação de modelos numéricos para o desenvolvimento de funções geométricas  $\beta$  (BROEK, 1988).

### 3.1 Método Numérico para Levantamento de Funções Geométricas para Correção de Fatores de Intensidade de Tensão

Wright (2011) descreve um método numérico para determinação de fatores geométricos através da utilização do *software* StressCheck (STRESSCHECK®, 2011). O *software* StressCheck inclui ferramentas para calcular indiretamente os fatores geométricos, através da determinação dos fatores de intensidade de tensão  $K_1$  (Modo 1) e  $K_2$  (Modo 2).  $K_1$  e  $K_2$  são calculados utilizando uma extração através do método da integral de contorno, através de uma seção normal à tangente da trinca, obtendo as informações de forças e de deslocamento ao longo de um percurso circular contida no plano de corte, centrado na ponta da trinca, conforme mostrado na Figura 4. Este método, por

essência, é uma solução de aproximação em duas dimensões para uma seção de um corpo em três dimensões. Seções múltiplas podem ser feitas para mapear o fator de intensidade de tensão em torno da parte frontal da trinca. Uma limitação desse método é que a simplificação funciona só para a determinação de  $K_1$  e  $K_2$ , pois  $K_3$  está fora do plano do corte, conforme mostrado na Figura 3.

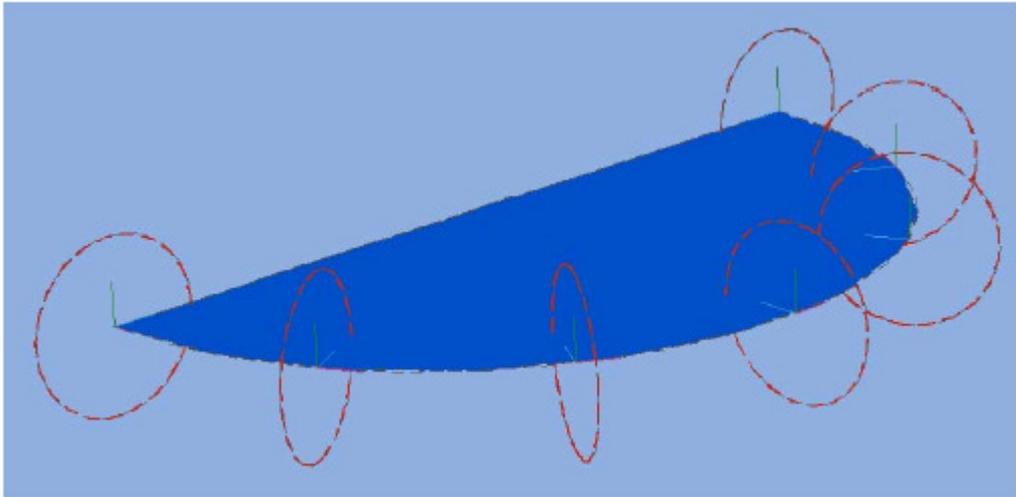


Figura 4. Uma trinca semicircular em três dimensões vista de um corpo, com extrações em duas dimensões tomadas em seções normais à tangente da trinca.

Fonte: (WRIGHT, 2011).

Uma vez determinados os valores de  $K_1$  e  $K_2$ , os fatores geométricos  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são encontrados:

$$\beta_1 = \frac{K_{1\ total}}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (8)$$

$$\beta_2 = \frac{K_{2\ total}}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (9)$$

$K_{1\ total}$  e  $K_{2\ total}$  referem-se à média aritmética de todas as extrações feitas de  $K_1$  e  $K_2$ .

### 3.2 Outros Métodos para Cálculo de Fatores Geométricos

A metodologia proposta por Pastoukhov et al. (2012) demonstra que o levantamento de novas funções geométricas tem como ponto de partida a análise de tensão no revestimento modificado por reparo ou pela instalação de antena, introduzindo uma pequena trinca que possa surgir em decorrência da falha de um dos rebites que fixam o reparo ou a chapa de reforço de instalação de antena no revestimento original da fuselagem, tendo esta pequena trinca um comprimento padrão de 1,27 mm.

A eficiência deste método está na construção de uma malha refinada de maneira adequada nas proximidades das áreas de maior concentração de tensão e simétrica aos furos das chapas, conforme mostrado na Figura 5. A propagação de trincas irá ocorrer em torno das furações e ao longo das carreiras dos rebites instalados, devendo-se repetir o procedimento para trincas de tamanhos intermediários até que a sua dimensão crítica seja atingida. Como se pode observar na Figura 6, os rebites externos apresentam uma concentração de tensão maior que os demais (NIU, 1999).

Este procedimento fornece um diagrama de tensão na linha de propagação da trinca, onde se aplica uma solução assintótica devido à distribuição da tensão normal nas proximidades de suas extremidades (PASTOUKHOV et al., 2012).

Adaptando a Equação 5, temos:

$$\sigma_y(x) = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi x}} \quad (10)$$

Desta forma, o coeficiente de intensidade de tensão  $K_1$  pode ser calculado quando a condição mostrada na Equação 11 for observada em um trecho significativo do diagrama.

$$\sigma_y(x) \sqrt{2\pi x} \approx cte. (x) \quad (11)$$

Atribuindo a nomenclatura  $K_1(A)$ , que é o valor máximo do fator de intensidade de tensão, pode-se calcular  $\beta(A)$  através da Equação 7.

Com esta metodologia, também é possível definir a melhor forma para escolher os valores de comprimento de trinca, nos quais os modelos de elementos finitos devem ser elaborados e analisados para a obtenção das funções geométricas  $\beta(A)$ .

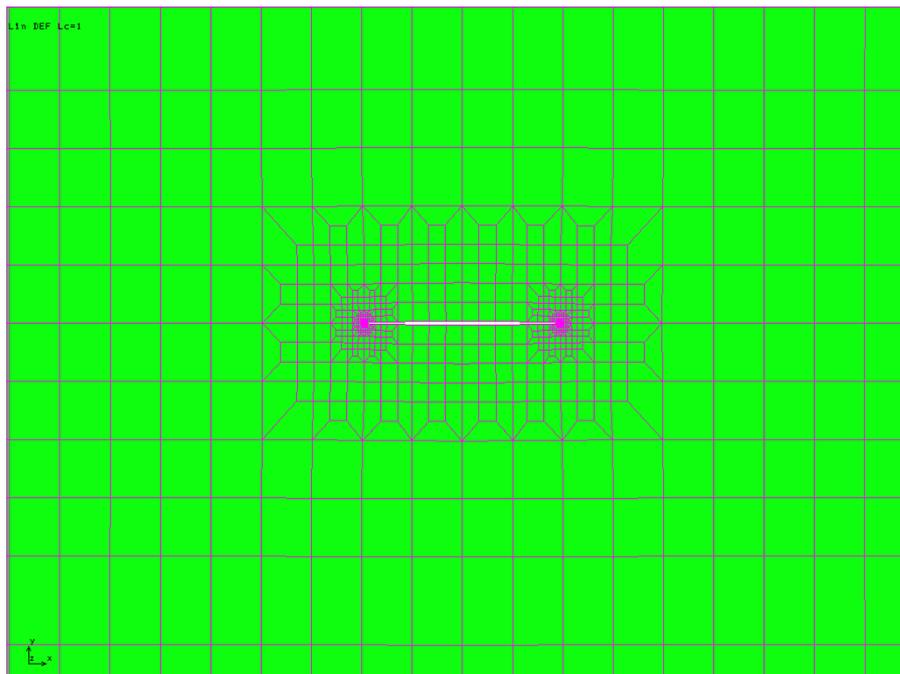


Figura 5. Refinamento da malha nas extremidades da trinca.

Fonte: (PASTOUKHOV et al., 2012).

Partindo-se da premissa que a condição crítica da trinca é quando a mesma se estende até a caverna mais próxima, ou então, pelo critério de tenacidade à fratura, faz-se necessário a repetição do procedimento para trincas com tamanhos intermediários.

$$K_{\max}(\sigma, A) = K_{1c} \quad (12)$$

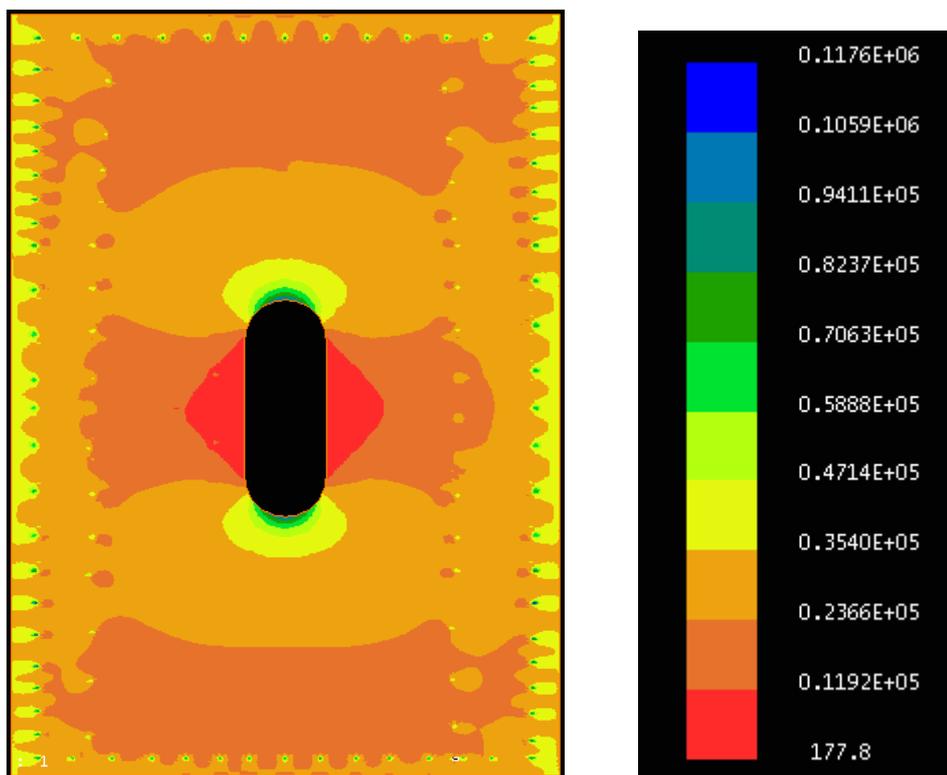


Figura 6. Representação gráfica de concentração de tensão gerada pela furação de rebites no revestimento de fuselagem.

### 3.3 Aplicação da Integral-*J*

Seguindo a teoria de Cherepanov – Rice (CHERPANOV, 1967) e (RICE, 1968), outra técnica para cálculo do fator de intensidade de tensão é a utilização do fator com integrais invariantes de natureza energética.

De forma independente, Cherepanov (1967) e Rice (1968) introduziram o conceito de integral para qualquer forma de contorno para a avaliação de problemas de trincas bidimensionais. O trabalho de Rice (1968) aplica o comportamento elástico linear e não linear dos materiais, o que resulta em tensões que podem ser derivadas de um potencial (a densidade de energia de deformação). A equação 13 define a Integral-*J*:

$$J = \int_{\Gamma} W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \quad (13)$$

Onde:

$$W = \int_0^{\epsilon} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (14)$$

$\Gamma$  = qualquer contorno circulando a ponta da trinca, tomado na direção anti-horária.

$W$  = densidade de energia de deformação.

$u$  = componente de deslocamento.

$x, y$  = coordenadas retangulares.

$T$  = intensidade de tração no contorno  $\Gamma$  em torno da ponta da trinca.

$\varepsilon_{ij}$  = deformação.

$ds$  = incremento ao longo do contorno.

$i, j = 1, 2, 3$

Uma interpretação do significado físico da Equação 13 é a diferença de energia potencial entre dois corpos carregados de maneira idêntica e que possuem trincas de dimensões semelhantes (SCHNEIDER, 2001).

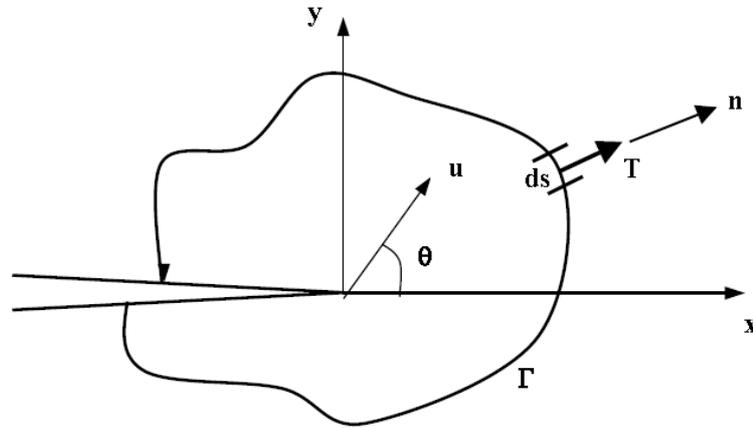


Figura 7. Contorno arbitrário em torno de uma trinca utilizado na definição da Integral- $J$ .  
Fonte: (SCHNEIDER, 2001).

Através do valor de  $J$ , o fator de correção de tensão  $K_1$  é calculado através da relação:

$$J = \frac{K_1^2}{E} \quad (15)$$

Sendo  $E$  o módulo de Young do material.

Obtendo-se o valor de  $K_1$ , pode-se calcular o valor de  $\beta(A)$ , isolando este parâmetro na Equação 7.

#### 4 FATORES DE ABAULAMENTO

De acordo com Potyondy, Wawrzynek e Ingraffea (1995), os fatores dominantes que afetam o comportamento das trincas nas chapas de revestimento de fuselagens pressurizadas são:

1. Efeito de enrijecimento geometricamente não linear que restringe a margem de abaulamento da trinca;
2. Presença de elementos que alteram a distribuição de tensões no enrijecimento da chapa;
3. Pressão interna e as cargas mecânicas que atuam sobre a estrutura; e
4. Efeitos da plasticidade do material.

Para trincas em uma fuselagem pressurizada, a deformação fora do plano da chapa de revestimento, ou abaulamento nas bordas da trinca, é a característica principal dos campos de deslocamento. O fenômeno *bulging* (abaulamento) ocorre quando a pressão no interior da fuselagem provoca deslocamentos, na região onde se localiza, fora do plano da trinca.

Os fatores de abaulamento (*bulging factors*) nas chapas de revestimento das fuselagens são funções não lineares das pressões aplicadas, das propriedades dos materiais, e dos parâmetros geométricos - incluindo os raios

das respectivas seções das fuselagens - as espessuras das chapas de revestimento e os comprimentos das trincas. Para a precisa modelagem do abaulamento de trincas, incluindo a deformação fora do plano, a teoria de grande deslocamento e de geometrias não lineares devem ser considerados.

Em revestimentos de fuselagens com trincas longitudinais, os fatores de correção geométrica  $\beta$  devem ser corrigidos para refletir a influência do efeito *bulging*. A Equação 16 demonstra como os fatores de correção de *bulging* podem ser calculados (SWIFT, 1987) e (WALLNER, 2004):

$$\beta_b = 1 + \frac{5L}{R} \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi x}{L} \right) \right] \right\} \quad (16)$$

Onde  $\beta_b$  é o fator de *bulging*,  $L$  é a distância entre cavernas de uma estrutura semi-monocoque,  $R$  é o raio da fuselagem e  $x$  é a distância entre a linha de centro da seção entre as cavernas da estrutura semi-monocoque e a ponta da trinca.

As formas para o cálculo do fator de correção de *bulging* são demonstradas por Rahman, Bakuckas Jr. e Bigelow (2004).

Desta forma, os fatores de correção geométrica  $\beta$ , denominados de  $\beta_{\text{corrigido}}$ , podem ser obtidos da seguinte forma (WALLNER, 2004):

$$\beta_{\text{corrigido}} = \beta_{sp} \times \beta_b \quad (17)$$

Onde  $\beta_{sp}$  é o fator de correção para trincas em painéis reforçados, obtidos através dos métodos desenvolvidos por Rahman, Bakuckas Junior e Bigelow (2004) e  $\beta_b$  é o fator de *bulging* calculado pela Equação 16.

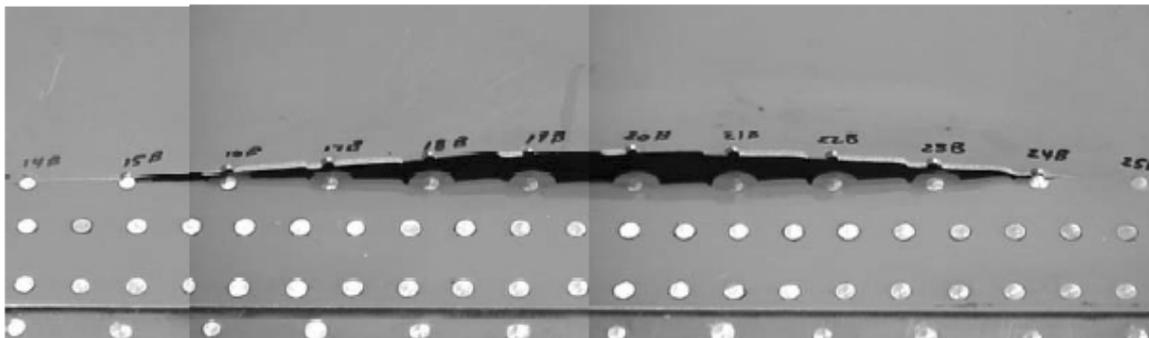


Figura 8. Trinca numa fileira externa de rebites de uma junta rebitada de chapas sobrepostas.

Fonte: (RAHMAN; BAKUCKAS JUNIOR; BIGELOW, 2004).

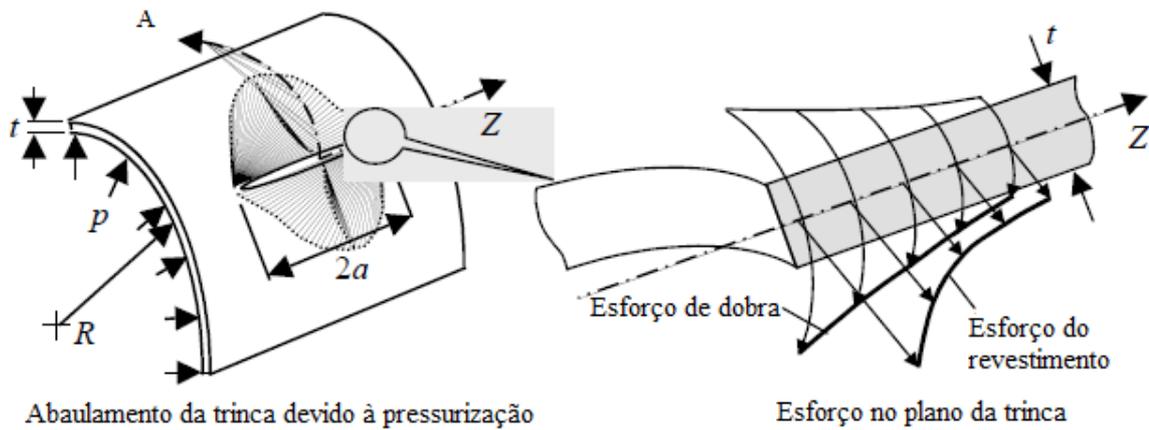


Figura 9. Fenômeno *bulging* (abaulamento).  
 Fonte: (RAHMAN; BAKUCKAS JUNIOR; BIGELOW, 2004).

## 5 RESULTADOS

Em se tratando de modificações de aeronaves, onde, muitas vezes as instalações são únicas, não se repetindo em outras aeronaves, as configurações geométricas necessárias para instalações de antenas em fuselagens podem não se adequar às configurações já estudadas e publicadas, havendo então a necessidade de análises únicas e customizadas para a necessidade singular, e, por conseguinte o levantamento de fatores geométricos únicos.

Essa demanda por projetos customizados requer a análise prévia de várias configurações geométricas possíveis, onde diferentes possibilidades como posicionamento entre cavernas, espaçamentos entre rebites, alterações de tipo e tamanhos de rebites e espessura de chapas de reforço devem ser avaliadas. A escolha da configuração e o posicionamento na fuselagem dependerá das condições requeridas pelo projeto e dos resultados obtidos nas análises efetuadas.

A quantidade de configurações geométricas a serem analisadas irá depender também das diversas possibilidades de posicionamento físico da antena na fuselagem, devendo-se considerar as especificações técnicas e os requisitos de certificação de aeronavegabilidade para o cenário de falha.

As soluções analíticas, para as diversas configurações geométricas que devam ser analisadas, podem ser efetuadas através da aplicação do princípio da superposição ou por análise composta. Estes métodos são úteis para a delimitação de soluções exatas, devendo ser utilizados quando o objetivo da análise estiver relacionado à compreensão de todos os aspectos do comportamento da trinca (GALLAGHER et al., 1984).

Considerando a aplicação de fatores geométricos  $\beta$  disponíveis para análises estruturais de fuselagens modificadas por reparos ou instalações de antenas, estes se tornam muito conservativos para as funções levantadas. Desta forma, os fatores geométricos  $\beta$  podem ser levantados através da análise das tensões no revestimento modificado com a introdução de pequenos defeitos que possam se originar devido aos problemas oriundos dos rebites de fixação da chapa de reforço na chapa de revestimento original (PASTOUKHOV et al., 2012), ou por método numérico, com a utilização do *software* StressCheck (STRESSCHECK®, 2011), onde os fatores de intensidade de tensão  $K_1$  e  $K_2$  são calculados utilizando uma extração conforme o método da integral de contorno, sendo os fatores geométricos obtidos indiretamente através da determinação prévia dos fatores de intensidade de tensão  $K_1$  e  $K_2$  (WRIGHT, 2011).

Para a obtenção de funções geométricas confiáveis, Wright (2011) menciona a necessidade da combinação de métodos para a obtenção de dados aceitáveis para a engenharia. Pastoukhov et al. (2012) recomenda a aplicação simultânea da metodologia da integração numérica da Equação Cinética de Propagação de Trincas, relacionando a taxa de propagação da trinca com o valor atual do fator de intensidade de tensão e com as constantes do material, juntamente com a aplicação da Integral- $J$ .

Os métodos analíticos, numéricos e de elementos finitos utilizados no levantamento das funções geométricas não consideram, entre outros fatores, o raio de curvatura das fuselagens em suas respectivas modelagens empregadas. Considerando que as trincas longitudinais são as mais críticas numa fuselagem, faz-se necessário a utilização de fatores de abaulamento (*bulging*) para correção dos fatores de geométricos  $\beta$ , de modo a refletir a influência do efeito *bulging* em revestimentos de fuselagens com trincas longitudinais.

## 6 CONCLUSÃO

Considerando as características de estruturas tolerantes ao dano, e, também a necessidade de elaboração de projetos customizados para a análise de propagação de trincas em fuselagens modificadas através da instalação de antenas em fuselagens, o levantamento de funções geométricas necessita da aplicação de pelos menos dois métodos distintos para obtenção de dados confiáveis que permitam, de maneira analítica, uma comparação entre os mesmos para a aceitação dos resultados. A aplicação de métodos numéricos e de elementos finitos podem fornecer resultados mais precisos do que as metodologias que utilizam as conservativas funções  $\beta$  disponíveis para análises estruturais. Porém, a utilização de métodos analíticos podem oferecer parâmetros confiáveis para a verificação dos dados obtidos através de outros métodos. A correção dos fatores geométricos através do uso dos fatores de abaulamento através de cálculos elementares incrementa a precisão das funções, permitindo uma análise e modelagem mais realista dos fenômenos físicos que ocorrem em trincas longitudinais de fuselagens. As diversas configurações geométricas possíveis para a instalação de antenas em fuselagens demandam a utilização de ferramentas matemáticas e computacionais para o levantamento de funções geométricas singulares e consequentes cálculos para determinação do tempo de vida em fadiga e especificação de períodos e intervalos de inspeção para a manutenção da aeronavegabilidade continuada. O resultado desse processo é refletido em dados mais precisos e confiáveis, com ganhos de confiabilidade na especificação dos períodos para a realização de inspeções e tempo para expectativa de início de trincas com consequentes ganhos de eficiência e confiabilidade do equipamento.

## REFERÊNCIAS

- BOGGS, B. C. et al.. Digital and Analog Computer Equipment and Its Application to In-House Testing. In: MINDLIN, Harold; LANDGRAF, Ronald W. Use of Computers in the Fatigue Laboratory. [S.l.]: ASTM International, 1976. p. 2-26.
- BROEK, D.. The Practical Use of Fracture Mechanics. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1988. 540 p.
- BRUSSAT, T. R.. Mode I Stress Intensity for a Radial Crack at a Hole with Arbitrary Pressure Distribution. Engineering Fracture Mechanics, [S.l.], v. 14, n. 1, p. 233-235, jan. 1981.
- CHEREPANOV, G. P.. Crack Propagation in Continuous Media. Applied Mathematical And Mechanic (PMM), Moscow, p. 476-488. 24 jan. 1967.
- COHEN, B. et al.. Report of the Court of Inquiry into the Accidents to Comet G-ALYP on 10 January 1954 and Comet G-ALYY on 8 April 1954. HMSO, London, 1955.
- FAWAZ, S. A.; de RIJCK, J. J. M. Stress Intensity Factors and Crack Interaction in Adjacent Holes: AFRL-VA-WP-TR-2000-3014. B Dayton: USAF, 2000. 34 p.
- FINE, M. E.. Fatigue Resistance of Metals. Metallurgical Transactions A, [S.l.], v. 11, n. 3, p. 365-379, mar. 1980.

- FLECK, N. A.; NEWMAN, JR., J. C. Analysis of Crack Closure Under Plane Strain Conditions. In: ASTM International Symposium on Fatigue Crack Closure, 1986, Charleston, South Carolina, USA. Analysis of Crack Closure Under Plane Strain Conditions. West Conshohocken, PA, USA: ASTM International, 1988. p. 1-23.
- FOLIAS, E. S.. On the Theory of Fracture of Curved Sheets. Engineering Fracture Mechanics, Salt Lake City, Utah, USA, v. 2, p. 151-164, nov.1970.
- FREUDENTHAL, A. M.. The Expected Time to First Failure. Wright-Patterson AFB, Ohio, USA: USAF, 1966. 26 p.
- GALLAGHER, J. P. et al.. USAF Damage Tolerant Design Handbook: Guidelines for the Analysis and Design of Damage Tolerant Aircraft Structures: AFWAL-TR-82-3073. B Dayton: USAF, 1984. 1343 p.
- GORANSON, U. G.. N.I. In: International Conference on Damage Tolerance of Aircraft Structures, DTAS 2007., 2007, Delft, The Netherlands. Damage Tolerance Facts and Fiction... Seattle, Washington, USA: Boeing, 2007. p. 1-59.
- HARDRATH, H. F.; OHMAN, L.. A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors Due to Notches and Fillets, NACA TR 1117, 1953, 24 p.
- HEATH, W. G.; NICHOLLS, L. F.; KIRKBY, W. T. Practical Applications of Fracture Mechanics Techniques to Aircraft Structural Problems. In: AGARD Conference Proceedings - AGARD Structures and Materials Panel, 221, 1976, London, UK. Fracture Mechanics Design Methodology... [S.I.]: NATO, 1976. p. 1.1-1.22.
- HUTCHINSON, J. W.. Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Harvard University USA, p. 13-31. jan. 1968.
- IRWIN, G. R.. Analysis of Stress and Strain Near the End of a Crack Traversing a Plate. Journal of Applied Mechanics, Providence, RI, USA, p. 361-364. 1957.
- KNOTT, J. F.. Fundamentals of Fracture Mechanics. New York: Butterworth & Co Publishers Ltd, 1973. 284 p.
- KOSAI, M.; SHIMAMOTO, A.; KOBAYASHI, A. S.. Axial Crack Propagation and Arrest in a Pressurized Fuselage. Washington: FAA, 1996. 187 p.
- LEMAITRE, J.. Local approach of fracture. Engineering Fracture Mechanics, [S.I.], v. 25, n. 5-6, p. 523-537, jan. 1986.
- McEVILY JR., A. J.; ILLG, W.. The Rate of Fatigue-Crack Propagation in Two Aluminum Alloys: Technical Note 4394. Washington, D.C: National Advisory Committee for Aeronautics, 1958. 47 p.
- MEGSON, T. H. G.. Aircraft Structures for Engineering Students. 4. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007. 638 p.
- NEUBER, H.. Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law. Journal of Applied Mechanics, Munich, Germany, p. 544-550. dez. 1961.
- NEWMAN, JR., J. C.. Predicting Failure of Specimens with Either Surface Cracks or Corner Cracks at Holes: NASA TN D-8244. Langley Research Center, Hampton, Virginia: National Aeronautics and Space Administration, 1976. 42 p.
- NEWMAN, JR., J. C.. An Evaluation of Fracture Analysis Methods. In Elastic-Plastic Fracture Mechanics Technology, ASTM STP 896, Philadelphia, pages 5-96, 1985.
- NEWMAN, JR., J. C.. The Merging of Fatigue and Fracture Mechanics Concepts: A Historical Perspective. Langley Research Center, Hampton, Virginia: National Aeronautics and Space Administration, 1997. 52 p.
- NIU, M. C. Y.. Airframe Structural Design: Practical Design Information and Data on Aircraft Structures. 2. ed. Hong Kong: Hong Kong Conmilit Press Co., 1999. 612 p.
- PARIS, P. C.; ERDOGAN, F.. A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Journal of Basic Engineering, Bethlehem, PA, USA., p. 528-534. dez. 1963.
- PARIS, P. C.; GOMEZ, M. P.; ANDERSON, W. E.. The Rational Analytic Theory of Fatigue. The Trend in Engineering, Seattle, WA, p. 9-14. jan. 1961.
- PASTOUKHOV, V. et al.. Método de Elementos Finitos. In: Simpósio de Mecânica Computacional, 10., 2012, Belo Horizonte. Otimização de Cálculos Auxiliares para Análise de Estruturas Tolerantes ao Dano... [S.I.: s.n.], 2012. p. 1-11.
- POTYONDY, D. O.; WAWRZYNEK, P. A.; INGRAFFEA, A. R.. Discrete crack growth analysis methodology for through cracks in pressurized fuselage structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering, [S.I.], v. 38, n. 10, p. 1611-1633, maio. 1995.
- RAHMAN, A.; BAKUCKAS JR., J.; BIGELOW, C.. Bulging Factor Solutions for Cracks in Longitudinal Lap Joints of Pressurized Aircraft Fuselages. Washington, D.C: Federal Aviation Administration, 2004. 37 p.
- RICE, J. R.. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. Journal of Applied Mechanics, Providence, R. I., p. 379-386. jun. 1968.

- SHAH R. C.. Stress-Intensity Factors for Through and Part-Through Cracks Originating at Fastener Holes. Mechanics of Crack Growth. ASTM STP 590 - American Society for Testing and Materials, 1976. p. 429-459.
- SCHNEIDER, S.. Análise de Estabilidade de Estruturas Trincadas Via Integral-J Aplicada a Materiais Anisotrópicos Encruados. 2001. 213 f. Tese (Doutorado) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José Dos Campos, 2001.
- STRESSCHECK® - Getting Started Guide - Release 9.2. St. Louis, MO, U.S.A.: ESRD - Engineering Software Research & Development, Inc., 2011. 80 p.
- SWIFT, T.. Damage Tolerance in Pressurized Fuselage. In 11th Plantema Memorial Lecture, International Committee on Aeronautical Fatigue, 14th meeting. June 1987.
- WALKER, K.. The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 7075-T6 Aluminum. In: ROSENFELD, M. S. et al. (Ed.). Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life. West Conshohocken, PA, USA: ASTM International, 1970. p. 1-14.
- WALLNER, C. A.. Análise de Reparos Estruturais Rebitados em Fuselagem de Aeronaves Comerciais. 2004. 110 f. Dissertação (Mestre) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José Dos Campos, 2004.
- WRIGHT, C.. Determination of Small Crack Stress Intensity Factors for an American Society for Testing Materials (ASTM) Middle Tension Test Specimen by Finite Element Method. Fishermans Bend, Victoria, Australia: Air Vehicles Division, 2011. 95 p.