

ESTABILIDADE DINÂMICA DE UMA AERONAVE RÁDIO-CONTROLADA

¹ Maylle Cristiane Emmerick

maylle.emmerick@gmail.com

¹ Víctor Orlando Gamarra Rosado

victor@feg.unesp.br

¹ UNESP – Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar a estabilidade dinâmica e controle da aeronave rádio-controlada e assim, contribuir com o desenvolvimento do projeto teórico para a competição de Aerodesign, bem como apresentar as deficiências de estabilidade que a mesma possa vir a ter na prova prática. Apresenta-se a modelagem dinâmica da aeronave, obtêm-se as funções de transferência das variáveis de interesse e as respostas das simulações realizadas, relacionadas com o estudo e a análise da estabilidade longitudinal e látero-direcional da aeronave. Utiliza-se o Método do Lugar das Raízes para determinar os ganhos e melhorar as respostas dinâmicas e diminuir os overshoots. E finalmente, apresentam-se algumas mudanças e melhorias que devem ser consideradas para aumentar a estabilidade.

Palavras-chave: Modelagem dinâmica; Estabilidade longitudinal e látero-direcional; Aeronave rádio-controlada.

ABSTRACT

The aim of this work is to study the dynamic stability and control of the radio-controlled aircraft and thus contribute to the development of the theoretical project for the competition of Aerodesign, as well as to present the stability deficiencies that may arise to have in the practical test. The dynamic modeling of the aircraft is presented, the functions of transfer of the variables of interest and the answers of the simulations are performed, related to the study and the analysis of the longitudinal and lateral-directional stability of the aircraft. The Root Locus Method is used to determine gains and improve dynamic responses and decrease overshoots. Finally, some changes and improvements should be considered to increase stability.

Keywords: Dynamic modeling; Longitudinal and latero-directional stability; Radio-controlled aircraft.

1. INTRODUÇÃO

A cada ano a indústria aeronáutica evolui e apresenta significativos progressos tecnológicos. Entretanto, problemas de estabilidade e controle das aeronaves sempre estão em estudo na busca da qualidade. Acredita-se que Bryan (1911) e Lanchester (1908) realizaram os primeiros estudos relacionados com estabilidade de aeronaves, obtendo modelos matemáticos e realizando experimentos para a análise deste estudo. Cook (2007) também aborda a estabilidade dinâmica da aeronave voltada para as respostas da mesma em relação às perturbações sofridas nas variáveis de controle, e utiliza a teoria de controle moderno aplicada à estabilidade e controle de aeronaves.

Deve-se considerar a turbulência atmosférica como perturbação externa na dinâmica de voo, no controle e na análise das respostas. Assim, podem existir pequenas variações na condição de equilíbrio o que pode originar grandes amplitudes no comportamento da manobra o que a torna não linear e, portanto, o suficientemente complexa para o sistema de controle de voo (COOK, 2007). Uma aeronave pode ser considerada dinamicamente estável se, depois de iniciado um distúrbio na sua posição de equilíbrio, o movimento que se segue diminui com o tempo. O grau requerido de estabilidade é usualmente especificado pelo tempo que o movimento leva para amortecer metade da sua amplitude inicial ou, no caso de um movimento instável, o tempo que leva para que a amplitude inicial ou perturbação seja o dobro. Também de interesse é a frequência ou período da oscilação (NELSON, 1989).

O objetivo deste trabalho consiste em estudar a estabilidade dinâmica e o controle da aeronave rádio-controlada AF-X construída pela equipe da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá para participar da competição de *Aerodesign* promovida pela SAE Brasil. Esta competição reúne diversas faculdades de todo o país e algumas internacionais para

projetar uma aeronave com o objetivo de carregar o maior peso. A avaliação e pontuação consideram o peso carregado e a eficiência estrutural da aeronave, a distância percorrida na pista para a decolagem, e o projeto como um todo. Além desta pontuação existem alguns bônus por distância da pista utilizada no pouso e acuracidade do peso previsto.

A aeronave deve ser o mais leve possível e obedecer algumas regras de dimensão especificadas pelo comitê a cada ano, e geralmente tem-se um valor de somatório de dimensões fixo e estabelecido pela regra da competição. O motor utilizado é igual para todas as equipes, portanto o desempenho do avião depende única e exclusivamente de suas características definidas pela equipe, e é nesta parte que está a importância de realizar um estudo da estabilidade e controle da mesma.

A estabilidade de uma aeronave representa a sua capacidade de retornar à posição de equilíbrio depois de ter sofrido uma perturbação, estas perturbações podem ser atmosféricas ou geradas pelo controle do piloto. As características da atmosfera são geralmente rajadas de vento, gradiente de velocidade do vento ou turbulências do ar. Para uma aeronave pequena, como é o caso do AF-X, a influência de rajadas de vento e do vento lateral ocorre com maior intensidade e, portanto, a mesma necessita de uma estabilidade maior sem perder a capacidade de realizar as manobras necessárias ao piloto. Assim, avalia-se a estabilidade do AF-X, segundo o movimento em torno dos três eixos: Guinada (eixo z), Arfagem (eixo y) e Rolagem (eixo x), e buscar alternativas para aumentar a controlabilidade da aeronave melhorando seu desempenho. Utiliza-se a teoria do controle moderno (OGATA, 2003, e NISE, 2009) e as ferramentas do ambiente computacional de simulação, dado pelo Matlab® e o Simulink, respectivamente.

2. MODELAGEM DINÂMICA

Considera-se o sistema de coordenadas da aeronave segundo os eixos x_b , y_b e z_b com origem no centro de gravidade, e que se movimenta com relação ao referencial inercial X_o , Y_o e Z_o . Assim, a dinâmica da aeronave é dada segundo os sistemas de coordenadas e os ângulos entre os eixos da aeronave relacionados com os eixos inerciais (Figura 1). Fazendo analogia entre as Figuras 1 e 2, respectivamente, observa-se que o movimento de rolagem é em torno do eixo x_b , o movimento de arfagem é em torno do eixo y_b , e o movimento de guinada em torno do eixo z_b .

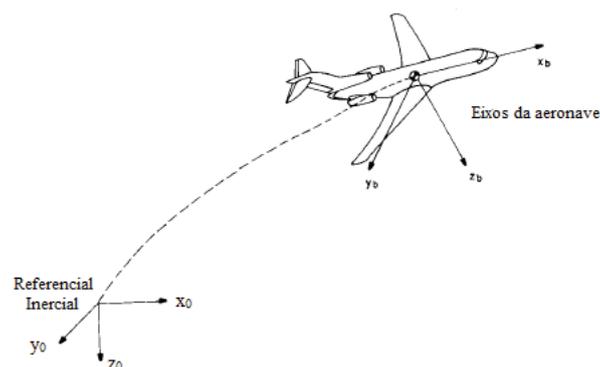


Figura 1 – Sistema de coordenadas (COOK, 2007).

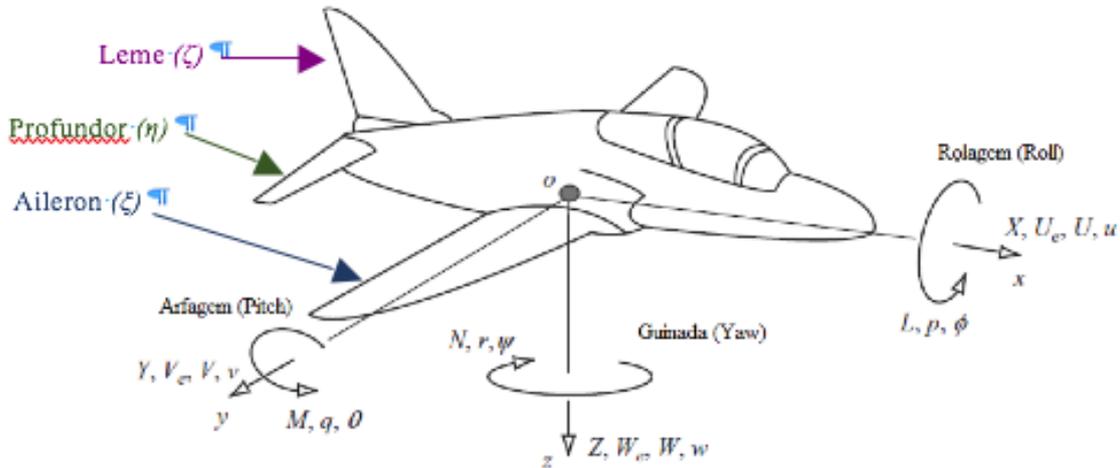


Figura 2 – Superfícies de controle, esforços e momentos na aeronave (COOK, 2007).

2.1. Sistema de Equações

O estudo e análise da dinâmica da aeronave levam à obtenção das funções de transferência, simulação e obtenção das respostas em função das variações dos subsistemas de controle, entre eles, o Aileron, o Leme e o Profundor (Figura 2). O aileron é a superfície localizada na parte traseira da asa e responsável pelo movimento de rolagem, o leme é a superfície localizada na parte traseira e responsável pelo movimento de guinada, e o profundor responsável pelo movimento de arfagem (isto é, do pouso e decolagem).

Segundo Bryan (1911) os esforços e momentos resultantes na aeronave se devem aos efeitos aerodinâmicos, efeitos gravitacionais, movimentos de controles aerodinâmicos, efeitos de tração do motor e distúrbios atmosféricos. Assim, considerando-se que a aeronave inicialmente se encontra em voo nivelado (condição de *trim*), e que as forças devido aos distúrbios atmosféricos são nulas, obtém-se o sistema de equações que descrevem a dinâmica da aeronave, conforme a seguir:

$$m(\dot{u} + qW_e) = X_a + X_g + X_c + X_p \quad (1)$$

$$m(\dot{v} - pW_e + rU_e) = Y_a + Y_g + Y_c + Y_p \quad (2)$$

$$m(\dot{w} - qU_e) = Z_a + Z_g + Z_c + Z_p \quad (3)$$

$$I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} = L_a + L_g + L_c + L_p \quad (4)$$

$$I_y \dot{q} = M_a + M_g + M_c + M_p \quad (5)$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} = N_a + N_g + N_c + N_p \quad (6)$$

Sendo, m : Massa da aeronave com peso carregado; \dot{u} : Velocidade axial; \dot{v} : Velocidade lateral; \dot{w} : Velocidade angular; q : Taxa de perturbação da arfagem; p : Taxa de perturbação da rolagem; r : Taxa de perturbação da guinada; W_e : Velocidade normal de equilíbrio; U_e : Velocidade axial de equilíbrio; I_x : Momento de inércia em torno do eixo x ; I_y : Momento de inércia em torno do eixo y ; I_z : Momento de inércia em torno do eixo z ; e I_{xz} : Momento de inércia no plano xz .

Da teoria da aerodinâmica (COOK, 2007) obtém-se os esforços e momentos que atuam na aeronave. Assim, usando a regra de Cramer representa-se no espaço de estados o sistema de equações diferenciais do modelo

dinâmico, e desta forma obter as funções de transferência em função das variações das superfícies de controle: Profundor (η), Aileron (ξ) e Leme (ζ) conforme esquema da figura 3,



Figura 3 – Diagrama das respostas da aeronave (COOK, 2007).

A Figura 3 apresenta as variáveis a seguir, η : Variação do ângulo de comando do profundor; ξ : Variação do ângulo de comando do leme; ζ : Variação do ângulo de comando do aileron; u : Taxa de variação da velocidade axial; w : Taxa de variação da velocidade normal; θ : Variação do ângulo de arfagem; v : Taxa de variação da velocidade lateral; ϕ : Variação do ângulo de rolagem; e ψ : Variação do ângulo de arfagem.

A análise da estabilidade dinâmica e controle é dividida em longitudinal e lateral, chamada de látero-direcional. O movimento chamado longitudinal do avião consiste no deslocamento devido ao comando do profundor, e a aceleração devido à força de tração do motor, que neste trabalho não é abordada já que o motor é padronizado para todas as equipes e não há a possibilidade de alterar para ter ganho na estabilidade. O profundor controla o movimento de arfagem. Os movimentos chamados laterais e direcionais do avião consistem no deslocamento devido aos comandos do leme e aileron, respectivamente. O leme fornece a direção da aeronave, controlando o movimento de guinada, bem como o aileron controla o movimento de rolagem da aeronave.

Também se utiliza o Método gráfico do Lugar das Raízes (COOK, 2007) para avaliação das respostas das funções de transferência, dos ganhos e da equação característica para análise da dinâmica. Os parâmetros utilizados neste procedimento, são o coeficiente de amortecimento do sistema oscilatório (τ_n), e a frequência natural de oscilação (ω_n). Estes parâmetros caracterizam o movimento oscilatório que geralmente se apresentam na dinâmica da aeronave. Também, para um movimento não oscilatório tem-se como parâmetro o período (T), dados respectivamente por:

$$\tau_n = \cos\phi = \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} \quad ; \quad \omega_n^2 = \sigma^2 + \gamma^2 \quad ; \quad T = 1/\sigma \quad (7)$$

A interpretação gráfica das equações características é de grande importante para especificar o parâmetro K_p . Ganho necessário para obter a estabilidade do sistema; assim como, a necessidade de diminuir os *overshoots* da resposta e diminuir o tempo de resposta. Utiliza-se o *software* Matlab® e ferramentas do *Simulink*, conforme esquema da Figura 4, para gerar as respostas com um ganho inserido, na obtenção de comportamentos dinâmicos estáveis.

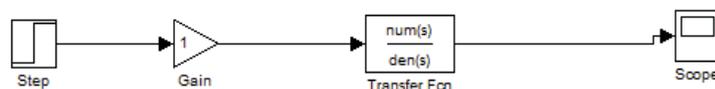


Figura 4 – Diagrama de blocos com o Ganho.

3. CONDIÇÕES DE TRIMAGEM

No estudo da dinâmica, assume-se que a aeronave está voando inicialmente numa condição de equilíbrio e velocidade constante (condição de *Trim*) cujos parâmetros são também calculados conforme a seguir. Destaca-se que o principal ângulo que caracteriza a dinâmica da aeronave é o α , ângulo de arfagem (ângulo de ataque), ângulo formado entre o eixo x_b da aeronave e o eixo X_o de referência. Ele varia de acordo com o movimento da aeronave e descreve o grau de inclinação. Assim, para ter um voo nivelado tem que se manter ou controlar o ângulo de ataque na condição de equilíbrio, α_e , o qual deve ser calculado.

O objetivo da *trimagem* da aeronave é levar as forças e momentos atuantes na aeronave para um estado de equilíbrio, que é a condição quando as forças axial, normal e lateral, respectivamente, bem como os momentos de guinada, rolagem e arfagem são nulos. Assim, o piloto necessita colocar a aeronave em uma condição de voo, condição de *trim*, ou condição de equilíbrio, para que o mesmo não precise constantemente modificar o controle da aeronave.

No caso do AF-X a condição de *trim* é imprescindível, pois apesar do voo ser de pequena duração tem sua maior parte o voo nivelado e depende da habilidade do piloto para mantê-lo nesta posição. Com o cálculo das condições de *trim* obtém-se o quanto o piloto necessita defletir as superfícies de controle para manter o avião em voo nivelado. A estabilidade estática da aeronave está totalmente ligada as condições de trimagem, pois representa a capacidade de a mesma retornar para esta posição de condição quando sujeita à uma perturbação externa. Neste estudo não se analisa o avião estaticamente, pois estes parâmetros já foram calculados previamente e o mesmo é estaticamente estável.

Para calcular as condições de *trim* utilizam-se as equações das forças e momentos igualadas a zero, dadas a seguir:

$$X = L \sin \alpha_e + \tau_e \cos k - D \cos \alpha_e - mg \sin(\alpha_e + \gamma_e) = 0 \quad (8)$$

$$Z = mg \cos(\alpha_e + \gamma_e) - L \cos \alpha_e - D \sin \alpha_e - \tau_e \sin k = 0 \quad (9)$$

$$M = M_o + L(h - h_o)\bar{C} - L_T l_T + \tau_e Z_t = 0 \quad (10)$$

Os esforços atuantes numa aeronave durante um voo nivelado, conforme a Figura 5, são, L : a força de sustentação gerada pela asa, D : a força de arrasto induzido, τ_e a força de tração do motor, e L_T : a força de sustentação gerada pela empenagem horizontal que contribui para a rotação em torno do eixo y_b .

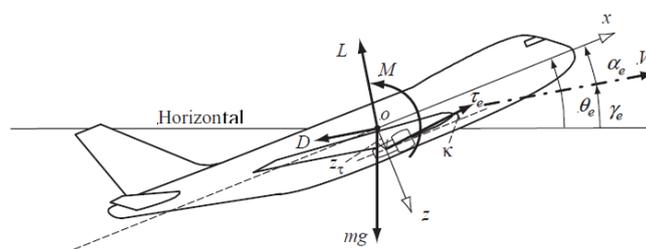


Figura 5 – Esforços e momentos que atuam numa aeronave (COOK, 2007).

O motor do AF-X se localiza na parte frontal da aeronave e, portanto, a força de tração se encontra no eixo x , assim, consideram-se nulas as variáveis k e Z_t nas equações, logo a contribuição do empuxo do motor na resultante em Z

e no momento é nula. No caso de uma aeronave pequena, o arrasto é mínimo não influenciando o suficiente na velocidade, como esta velocidade está na mesma direção da tração, considera-se, γ_e nula.

Neste estudo, a estabilidade dinâmica da aeronave é dividida em Longitudinal e Látero-direcional, conforme a seguir.

4. ESTABILIDADE LONGITUDINAL

O movimento longitudinal está relacionado com o movimento de arfagem e, portanto, leva em consideração a variação do comando do profundor, que é a parte móvel da empenagem horizontal. Leva-se em consideração além do comando do profundor a aceleração da aeronave em relação à força de tração, bem como a variação que existe em algumas forças e momentos com a aceleração, porém neste trabalho não será abordado este tema pois o avião está em voo nivelado na maior parte da prova prática, bem como o motor não pode ser modificado devido a regras da competição.

4.1. Funções de Transferência

Para o movimento longitudinal obtém-se as derivadas e as funções de transferência conforme Nelson (1989). As derivadas da estabilidade para a velocidade axial são dadas em função das variáveis a seguir: X_u é a força axial devido a velocidade e representa os efeitos na força de arrasto e na tração, devido à perturbação da velocidade; Z_u é a força normal devido a velocidade e representa os efeitos na força de sustentação devido a velocidade; e M_u é a derivada do momento em torno do eixo y_b em relação à velocidade, depende do número de Mach e valor pequeno para baixas velocidades. Análogo ao cálculo das derivadas em relação à velocidade axial (u), é necessária a mesma análise em relação à variação do ângulo de arfagem (θ), e à velocidade angular (w), em função da variação do ângulo do profundor.

Após cálculo dos coeficientes adimensionais e as derivadas pode-se a partir da formulação de Nelson (1989) obter as funções transferências para análise da estabilidade longitudinal como mostram as equações a seguir:

$$\frac{u(s)}{\eta(s)} = \frac{N_\eta^u}{\Delta(s)} = \frac{-0,39s^2 - 20,62s + 2,85}{s^4 + 0,83s^3 + 7,85s^2 + 1,45s + 0,74} \left[\frac{m/s}{rad} \right] \quad (11)$$

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{N_\eta^\theta}{\Delta(s)} = \frac{-1,42s^2 - 0,48s - 6,41}{s^4 + 0,83s^3 + 7,85s^2 + 1,45s + 0,74} \left[\frac{rad/s}{rad} \right] \quad (12)$$

$$\frac{w(s)}{\eta(s)} = \frac{N_\eta^w}{\Delta(s)} = \frac{-0,26s^3 - 23,23s^2 - 1,46s - 42,09}{s^4 + 0,83s^3 + 7,85s^2 + 1,45s + 0,74} \left[\frac{m/s}{rad} \right] \quad (13)$$

4.2. Características Dinâmicas e Obtenção dos Ganhos

Observa-se do sistema de equações que os denominadores são idênticos, denominada Equação característica do movimento longitudinal. A equação apresenta quatro raízes, sendo dois pares de raízes complexas conjugadas. A partir destas raízes podem-se obter as características dinâmicas da aeronave bem como saber se a aeronave é estável ou não. As raízes são dadas a seguir, e se observa que a parte real é negativa o que caracteriza a estabilidade longitudinal da aeronave nestes dois modos:

$$Z_{12} = -0,32 \pm 2,74i \quad \text{e} \quad Z_{34} = -0,09 \pm 0,29i$$

As raízes Z_{12} originam pequenas oscilações no momento em torno do eixo y . Neste tipo de perturbação a aeronave tem um comportamento estável caracterizado pelo coeficiente de amortecimento entre 0 e 1, com amortecimento

senoidal e uma frequência natural de oscilação baixa. Porém, se observa que o *overshoot* sem ganho é elevado e pode-se reduzir para melhorar a resposta da aeronave. Do gráfico obtêm-se os dados a seguir:

$$\tau_n = 0,118 \quad ; \quad \omega_n = 2,76 \text{rad/s} \quad ; \quad \text{Overshoot} = 68,9\%$$

Entretanto, estes parâmetros também podem ser calculados pelo método de aproximação segundo Cook (2007),

$$\tau_n = 0,61 \quad ; \quad \omega_n = 2,01 \text{rad/s}$$

Os dados obtidos do *software* são mais precisos que os calculados, porém é interessante esta comparação para verificar se os dados gerados no programa estão dentro da ordem de grandeza esperada. Para a frequência existe uma diferença em torno de 30%, já no caso do coeficiente de amortecimento a diferença é maior e está próximo a 80%.

Para o modo *Fugoidal* (raízes Z_{34}) que se caracteriza por um movimento perturbado com oscilações de maior amplitude que o modo *Curto período* (raízes Z_{12}) e amortecimento geralmente mais lento, os dados obtidos do gráfico são,

$$\tau_n = 0,293 \quad ; \quad \omega_n = 0,312 \text{rad/s} \quad ; \quad \text{Overshoot} = 38,2\%$$

Estes dados também são calculados pelo método de aproximação segundo Cook (2007),

$$\tau_n = 0,742 \quad ; \quad \omega_n = 0,312 \text{rad/s}$$

Segundo estes dados se observa que sem ganho, o *overshoot* é menor que 50%. E segundo o gráfico, se observa que não é possível obter um valor menor pois o sistema tende à instabilidade, sendo na raiz o seu melhor comportamento.

Utilizando o Lugar das raízes (*Root Locus*) se avaliam as respostas relacionadas com a velocidade axial (u), a variação do ângulo de arfagem (θ), e a velocidade angular (w), como as regiões de estabilidade e instabilidade. Também, verifica-se a controlabilidade da aeronave por meio da análise das respostas aos comandos das superfícies de controle. Após esta análise para diversos ganhos, se adota a melhor resposta na percepção do trabalho e, portanto, se especifica o ganho, e o impacto deste comportamento (EMMERICK, 2011).

- **Velocidade axial (u).** Com auxílio do *software* Matlab® obtém-se o Lugar das raízes, conforme a Figura 6(a). Também, apresenta-se na figura 6(b), a origem do gráfico numa escala menor, o que indica que a aeronave apresenta uma pequena região de instabilidade.

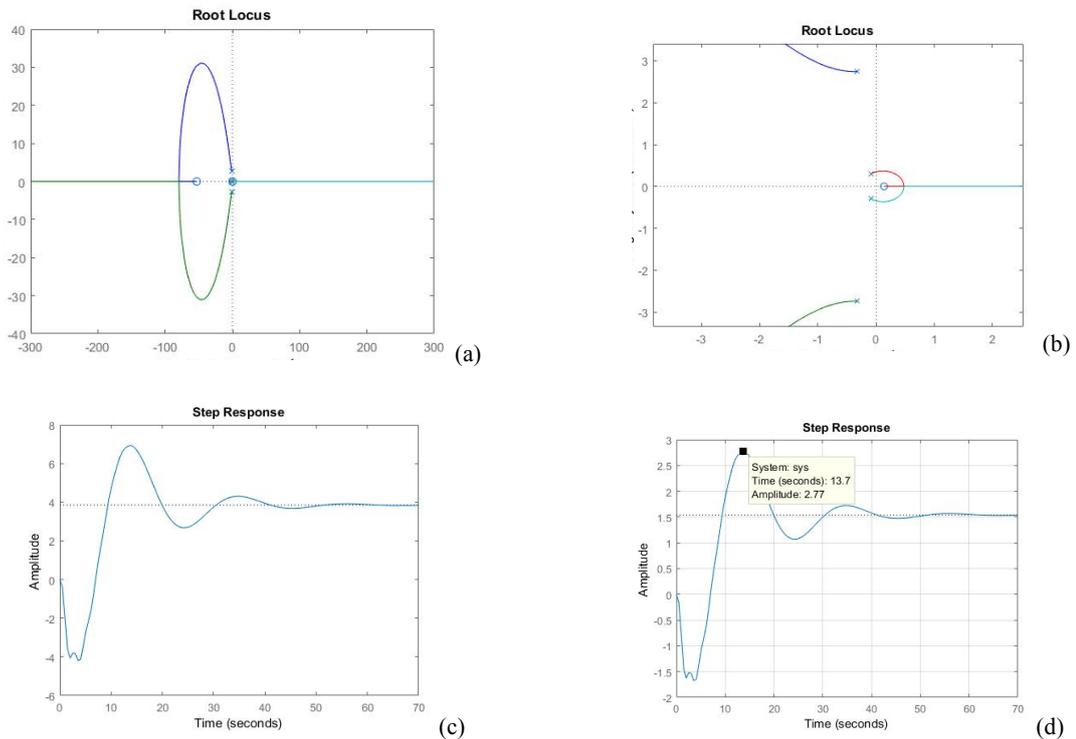


Figura 6 - Velocidade axial u : (a) Lugar das raízes, (b) Escala menor na origem, (c) Resposta em função do ângulo do profundor e (d) Resposta com ganho.

Também, se apresenta na Figura 7(a), a simulação da resposta com a função *step*. Após análise se adota o ganho $G=0,4$ e obtém-se a resposta dada na Figura 7(b), com redução considerada do *overshoot*.

Conforme análise observa-se que para o modo *Fugoidal* o *overshoot* inicial é bem menor. Assim, para a velocidade axial não há um ganho que pode melhorar a resposta pois o mesmo já está próximo de uma área de instabilidade e qualquer ganho que se coloque vai prejudicar a controlabilidade da aeronave. Já no caso do ângulo de arfagem e da velocidade angular, para ambos se obteve o ganho $G=0,016$ pelo gráfico do Lugar das raízes que reduzirá o *overshoot* a zero melhorando as respostas.

Para a característica do Curto período existem grandes oportunidades de reduzir o *overshoot*, pois este está perto de 70%, para a velocidade axial conforme comentado não se pode atribuir um ganho muito grande para uma redução pois está próximo da instabilidade, assim atribui-se um ganho $G=0,4$ que gera uma redução para 40%.

- **Varição do ângulo de arfagem (θ).** A seguir apresenta-se a resposta da taxa do ângulo θ em função da variação do profundor. Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 7(a). Também, se apresenta na Figura 7(b), a simulação da resposta para a função *step*. Após análise se adota o ganho $G=0,1$ e obtém-se a resposta amortecida na figura 7(c), com redução do *overshoot*.

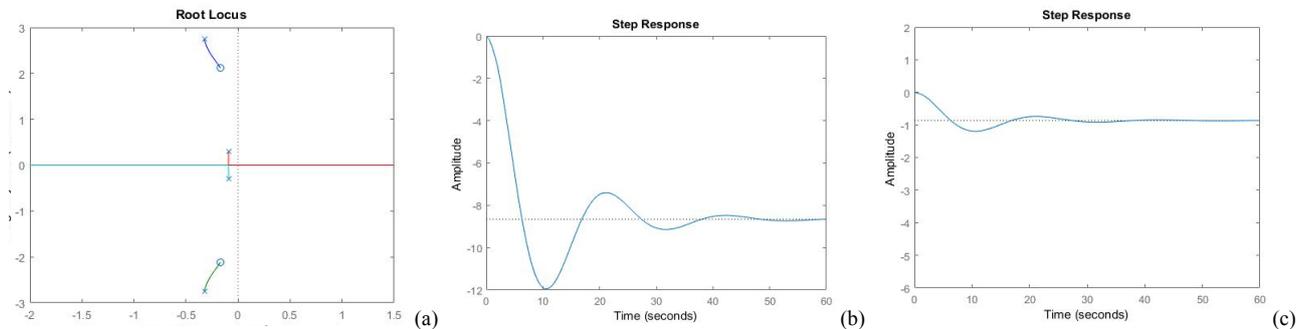


Figura 7 - Ângulo de arfagem θ : (a) Lugar das raízes, (b) Resposta da arfagem em relação ao profundor e (c) Resposta com ganho.

Comparando as respostas da velocidade axial e a variação do ângulo de arfagem, observa-se que apesar do tempo de amortecimento serem muito parecidos, a amplitude dos *overshoots* de ambas respostas diminuí o suficiente, e com menor oscilação até a aeronave voltar ao estado de equilíbrio.

- **Velocidade angular (w).** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 8(a). A seguir, se apresenta na Figura 8(b), a resposta para a função *step*. Após análise se adota o ganho $G=0,1$ e obtém-se a resposta dada na Figura 8(c), com redução do *overshoot*.

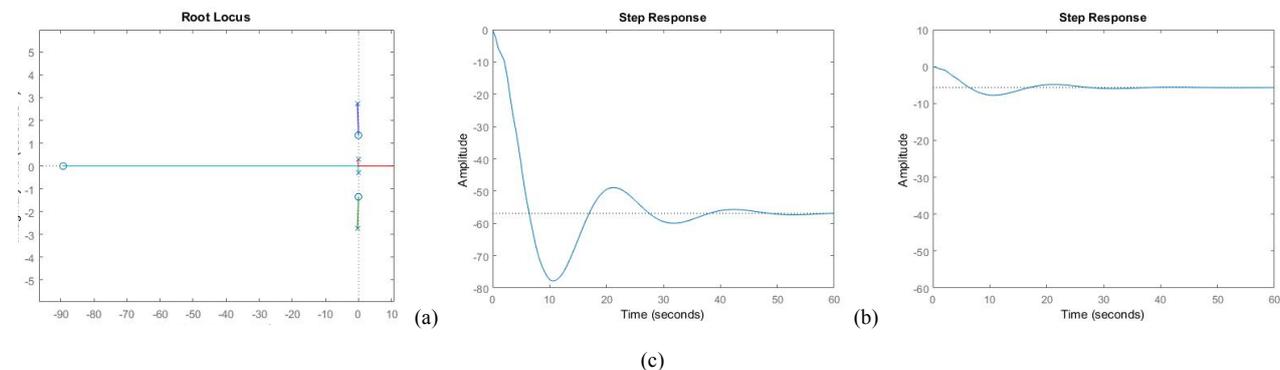


Figura 8 - Velocidade angular w : (a) Lugar das raízes, (b) Resposta da velocidade angular em relação ao profundor e (c) Resposta com ganho.

Neste caso tem-se uma redução considerável do *overshoot* inicial e o tempo de resposta diminui em 20s, o que representa para a aeronave um retorno à posição de equilíbrio com maior facilidade e sem muitas oscilações.

Colocando os dois gráficos na mesma escala a percepção visual de melhora na resposta é instantânea, pois quando em outra escala se observa que ainda há *overshoot* de amplitude 0,2 o que no movimento da aeronave não representa nada, portanto o *overshoot* atual pode ser considerado nulo e o tempo de resposta em torno de 20s.

5. ESTABILIDADE LÁTERO-DIRECIONAL

Analogamente a análise realizada para o movimento longitudinal e a superfície de controle que influencia neste, será analisada agora os movimentos chamados látero-direcionais, que são estudados juntos pois um influencia no outro, bem como a superfície de controle responsável por um gera forças que influenciam no outro. As superfícies de controle no AF-X relacionados com este movimento são o leme e o aileron, ambos responsáveis pelo movimento de guinada e pelo momento de rolagem da aeronave, respectivamente.

5.1. Funções de Transferência

Para calcular as funções transferências de resposta para estes movimentos, o procedimento é o mesmo utilizado na parte longitudinal, porém os coeficientes adimensionais advindos da teoria de aerodinâmica não são tão simples de serem obtidos e o principal desafio é a precisão dos dados. Por estas razões diferentemente da longitudinal, escolheu-se utilizar como teoria base para as formulações o Cook (2007), pois o Nelson (1989) simplifica as considerações e o faz de forma mais geral a uma aeronave real, desprezando alguns parâmetros que para uma aeronave em escala como o AF-X eram de maior importância.

A partir de Cook (2007) calcula-se os coeficientes adimensionais assumindo as considerações necessárias para o tipo de aeronave que se utiliza. Após isto, se obteve as derivadas que caracterizam a estabilidade dinâmica e depois as funções de transferência.

Para análise dos movimentos laterais e direcionais da aeronave, utilizam-se as respostas das variáveis que os caracterizam devido às variações dos comandos do leme e profundor, respectivamente. A seguir, as funções de transferência da velocidade lateral (v), do ângulo de rolagem (Φ), da taxa de variação do ângulo de rolagem (p), do ângulo de guinada (Ψ), e da taxa de variação do ângulo de guinada (r) em função da variação do ângulo do aileron:

$$\frac{v(s)}{\xi(s)} = \frac{N_{\xi}^v}{\Delta(s)} = \frac{-1,25s^2 - 954,84s - 177,56}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{m/s}{rad} \right] \quad (14)$$

$$\frac{\phi(s)}{\xi(s)} = \frac{N_{\xi}^{\phi}}{\Delta(s)} = \frac{-16,94s^3 + 26,46s^2 - 279,84s - 15,61}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad}{rad} \right] \quad (15)$$

$$\frac{p(s)}{\xi(s)} = \frac{N_{\xi}^p}{\Delta(s)} = \frac{s(-16,94s^3 + 26,46s^2 - 279,84s - 15,61)}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad/s}{rad} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\psi(s)}{\xi(s)} = \frac{N_{\xi}^{\psi}}{\Delta(s)} = \frac{0,11s^3 + 48,81s^2 - 7,41s - 171,60}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad}{rad} \right] \quad (17)$$

$$\frac{r(s)}{\xi(s)} = \frac{N_{\xi}^r}{\Delta(s)} = \frac{s(0,11s^3 + 48,81s^2 - 7,41s - 171,60)}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad/s}{rad} \right] \quad (18)$$

Para análise do movimento direcional tem-se as seguintes funções transferência da velocidade lateral (v), do ângulo de rolagem (Φ), da taxa de variação do ângulo de rolagem (p), do ângulo de guinada (Ψ) e taxa de variação do ângulo de guinada (r) em função da variação do ângulo no leme:

$$\frac{\nu(s)}{\zeta(s)} = \frac{N_{\zeta}^{\nu}}{\Delta(s)} = \frac{2,80s^3 - 295,09s^2 + 134,37s + 2150,59}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{m/s}{rad} \right] \quad (19)$$

$$\frac{\phi(s)}{\zeta(s)} = \frac{N_{\zeta}^{\phi}}{\Delta(s)} = \frac{11,05s^3 + 193,04s^2 + 442,50s + 24,80}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad}{rad} \right] \quad (20)$$

$$\frac{p(s)}{\zeta(s)} = \frac{N_{\zeta}^p}{\Delta(s)} = \frac{s(11,05s^3 + 193,04s^2 + 442,50s + 24,80)}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad/s}{rad} \right] \quad (21)$$

$$\frac{\psi(s)}{\zeta(s)} = \frac{N_{\zeta}^{\psi}}{\Delta(s)} = \frac{18,84s^3 - 12,49s^2 + 10,95s + 272,59}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad}{rad} \right] \quad (22)$$

$$\frac{r(s)}{\zeta(s)} = \frac{N_{\zeta}^r}{\Delta(s)} = \frac{s(18,84s^3 - 12,49s^2 + 10,95s + 272,59)}{2,29s^4 + 5,89s^3 + 93,28s^2 + 173,39s - 235,54} \left[\frac{rad/s}{rad} \right] \quad (23)$$

5.2. Características Dinâmicas e Obtenção dos Ganhos

Da mesma forma que no movimento longitudinal temos um denominador comum entre as funções resposta não por acaso, mas sim porque representa a função característica da aeronave nos movimentos laterais e direcionais. Para a análise da estabilidade da aeronave com foco nos movimentos de rolagem e guinada temos a seguir as raízes da equação característica:

$$Y_{12} = -0,35 \pm 6,45i \quad ; \quad Y_3 = -2,74 \quad ; \quad Y_4 = 0,89$$

Observa-se que as raízes têm um par de raízes complexas e seu conjugado determina um tipo de movimento oscilatório e as duas raízes reais caracterizam, cada uma delas, um movimento não oscilatório. Também se sabe que três raízes têm a parte real negativa e uma delas não, mostrando que a aeronave não é estável em um tipo de movimento.

Os três movimentos nos quais a estabilidade lateral se divide são:

- **Modo de rolagem:** movimento não oscilatório caracterizado por uma variação no momento, fazendo com que a aeronave se movimente em relação ao eixo Ox e devido à estabilidade neste modo ele tende a retornar à posição de equilíbrio. Algumas aeronaves projetadas para voar em condições críticas, como ângulo de arfagem próximo de 90° são instáveis neste modo e precisam de mecanismos de controle;
- **Dutch roll:** chamado de movimento de ‘folhas secas’ por lembrar o movimento destas ao cair das árvores, é um modo clássico amortecido para movimento de guinada, em torno do eixo Oz , descrito pelo par de raízes complexas da função característica; e
- **Modo espiral:** modo não oscilatório descrito pela outra raiz real da equação característica. Combina movimentos de guinada e rolagem, geralmente demora para que a aeronave entre completamente neste modo, porém caso a mesma não seja corrigida antes disto acontecer, o piloto perde completamente o controle da aeronave. Representa um equilíbrio entre os efeitos do diedro e do leme, se este for maior que aquele o avião é instável neste modo.

Seguem as características para o modo espiral calculadas pelo método de aproximação (COOK, 2007) e também retiradas do MATLAB:

$$T_{calculado}=0,67s \quad ; \quad T_{MATLAB}=1,01s \quad ; \quad raiz=0,89$$

Como se observa, a aeronave é instável para o movimento espiral, o que não representa um problema pois diversas aeronaves são instáveis, porém com períodos longos acima de 100s, isto é um fator para analisar melhor no projeto da aeronave. Também deve-se lembrar que esta análise não leva em consideração a teoria de aeroelasticidade, pela qual a asa em voo forma um diedro pela deformação elástica da mesma, o que contribui para a estabilidade no modo espiral e talvez seja a razão da aeronave não ter entrado neste modo nas competições. O modo espiral instável já era esperado dado que a asa da aeronave não possui diedro e a ótima contribuição do leme devido à área comparada a área de outras superfícies de controle.

A seguir, as características do modo rolagem obtidas pelo MATLAB e também calculadas pelo método de aproximação de Cook (2007):

$$T_{calculado}=0,58s \quad ; \quad T_{MATLAB}=0,36s \quad ; \quad raiz=-2,74$$

O modo de rolagem tem características estáveis e indicam que a aeronave tem capacidade de retornar a sua posição de equilíbrio quando sofre uma perturbação.

A seguir, as características do modo oscilatório *Dutch roll* obtidas pelo MATLAB e também calculados pelo método de aproximação de Cook (2007):

$$\tau_n=0,0553 \quad ; \quad \omega_n=6,46rad/s \quad ; \quad Overshoot=84\%$$

Para o movimento de ‘folhas secas’ a aeronave também apresenta estabilidade, com coeficiente de amortecimento próximo de zero e um *overshoot* elevado podendo ser reduzido.

Na análise das respostas da aeronave, como apenas um modo é oscilatório podemos ter combinações de tipos de resposta, tanto exponencial para espiral e rolagem, quanto oscilatória para *dutch roll*.

Para a análise do movimento lateral avaliam-se as funções transferência em função da variação do ângulo do aileron, e que caracterizam este movimento:

- **Velocidade lateral v .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 9(a). Também, apresenta-se a origem do gráfico numa escala reduzida na Figura 9(b). A seguir, se apresenta a simulação da resposta para a função *step* na Figura 9(c). Após análise se adota o ganho $G=0,12$ e obtém-se a resposta com redução do *overshoot*, dada na Figura 9(d).
- **Ângulo de rolagem Φ .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 10(a). A seguir, se apresenta a resposta para a função *step* na Figura 10(b). E após análise se adota o ganho $G=0,02$ e obtém-se a resposta com total amortecimento e redução significativa do *overshoot*, dada na Figura 10(c).
- **Taxa de rolagem p .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 11(a). Também, apresenta-se a origem do gráfico numa escala reduzida na Figura 11(b). A seguir, se apresenta a simulação da resposta para a função *step* na Figura 11(c). Após análise se adota o ganho $G=0,005$ e obtém-se a resposta com total amortecimento e redução total do *overshoot*, dada na Figura 11(d).

- **Ângulo de guinada Ψ .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 12(a). A seguir, se apresenta a resposta para a função *step* na Figura 12(b). Após análise se adota o ganho $G=0,26$ e obtém-se a resposta com maior tempo de estabilidade e redução do *overshoot*, dada na Figura 12(c).
- **Taxa de guinada r .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 13(a). Também, apresenta-se a origem do gráfico numa escala reduzida na Figura 13(b). A seguir, se apresenta a simulação da resposta para a função *step* na Figura 13(c). Após análise se adota o ganho $G=0,3$ e obtém-se a resposta com amortecimento e redução do *overshoot*, conforme a Figura 13(d).

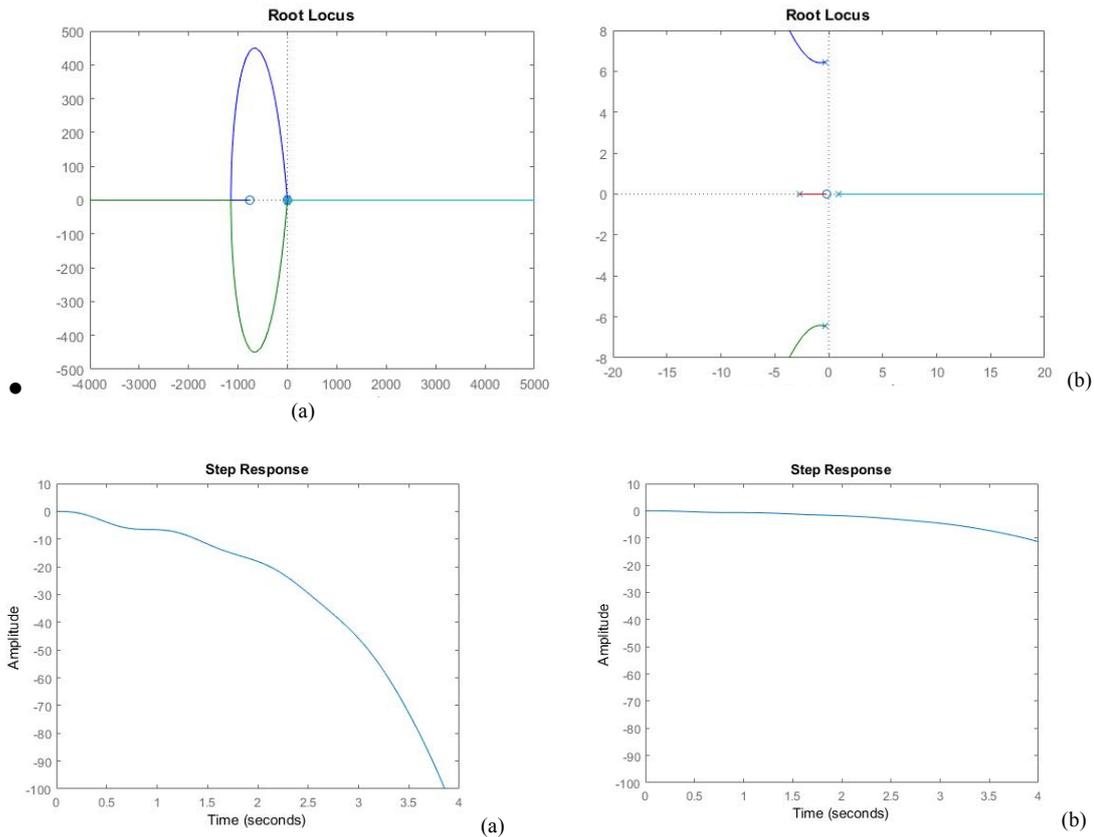


Figura 9 - Velocidade lateral v : (a) Lugar das raízes, (b) Escala reduzida na origem, (c) Resposta em função do aileron e (d) Resposta

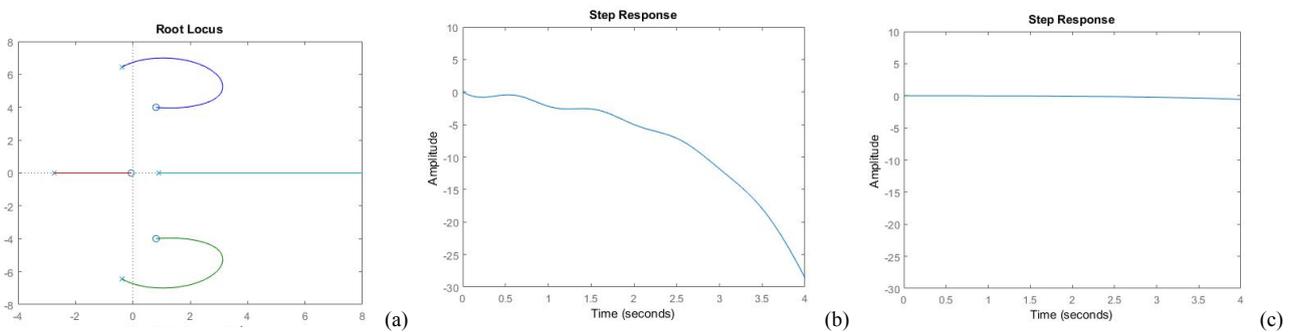


Figura 10 - Ângulo de rolagem Φ : (a) Lugar das raízes, (b) Resposta em função do aileron e (c) Resposta com ganho.

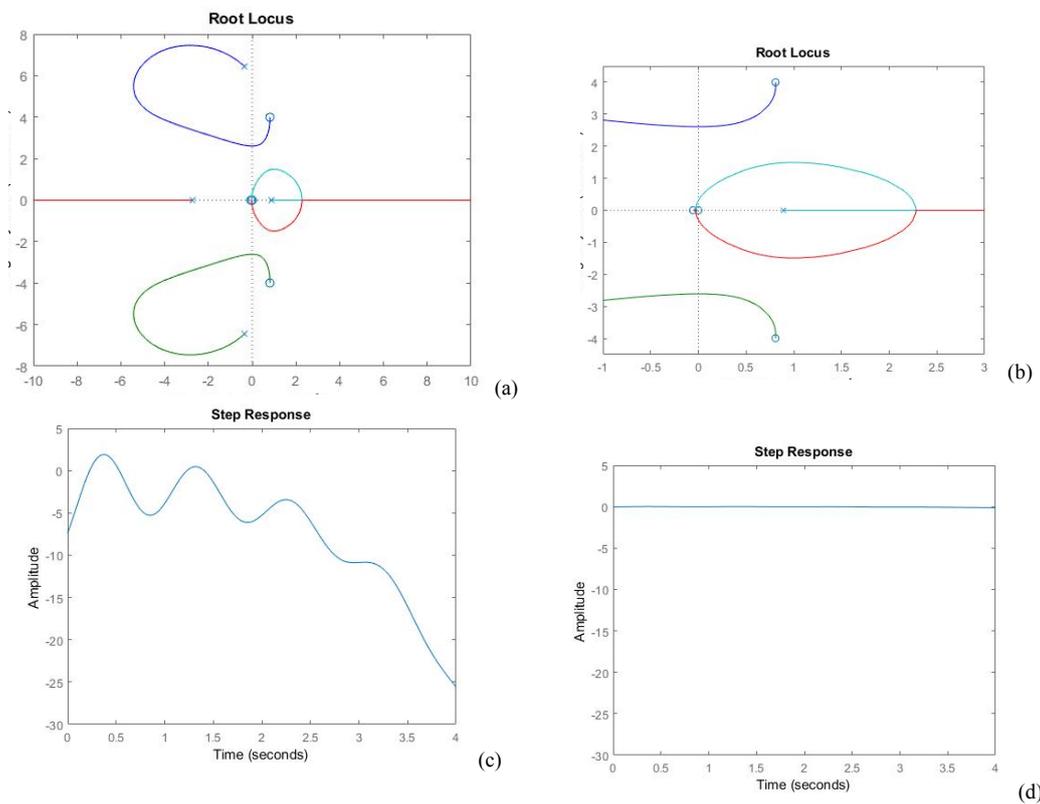


Figura 11 - Taxa de rolagem p : Velocidade lateral: (a) Lugar das raízes, (b) Escala reduzida na origem, (c) Resposta em função do aileron e (d) Resposta com ganho.

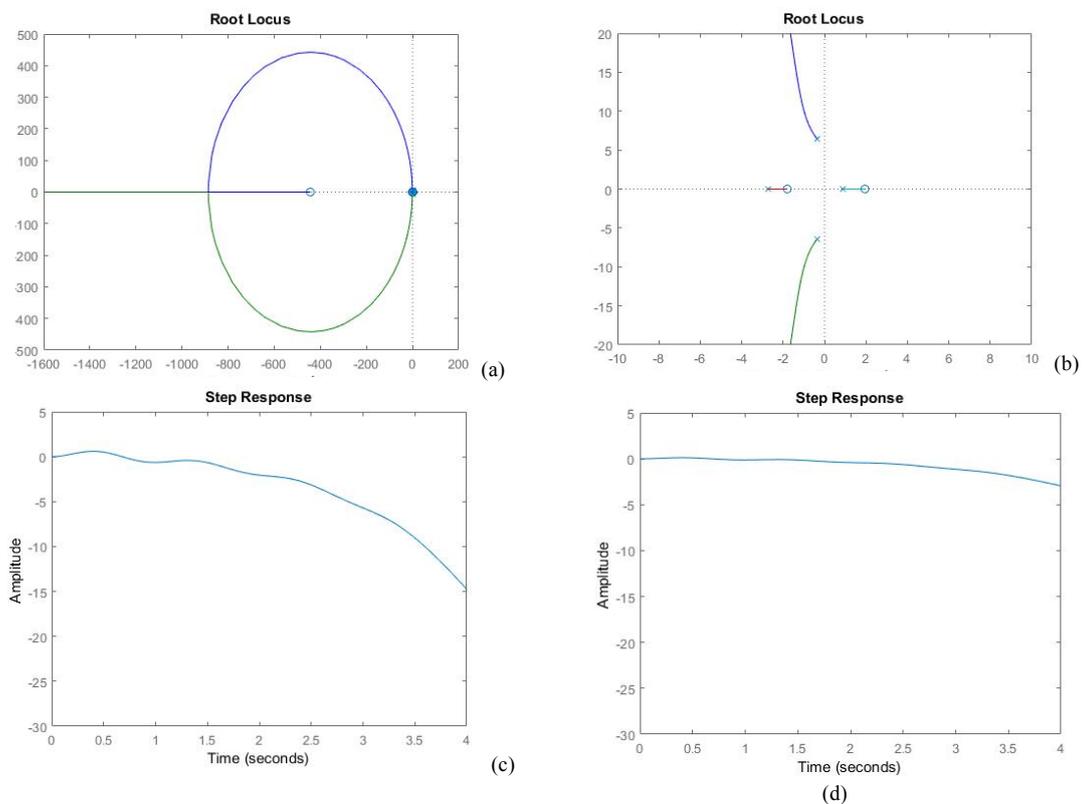


Figura 12 - Ângulo de guinada Ψ : (a) Lugar das raízes, (b) Escala reduzida na origem, (c) Resposta em função do aileron e (d) Resposta com ganho.

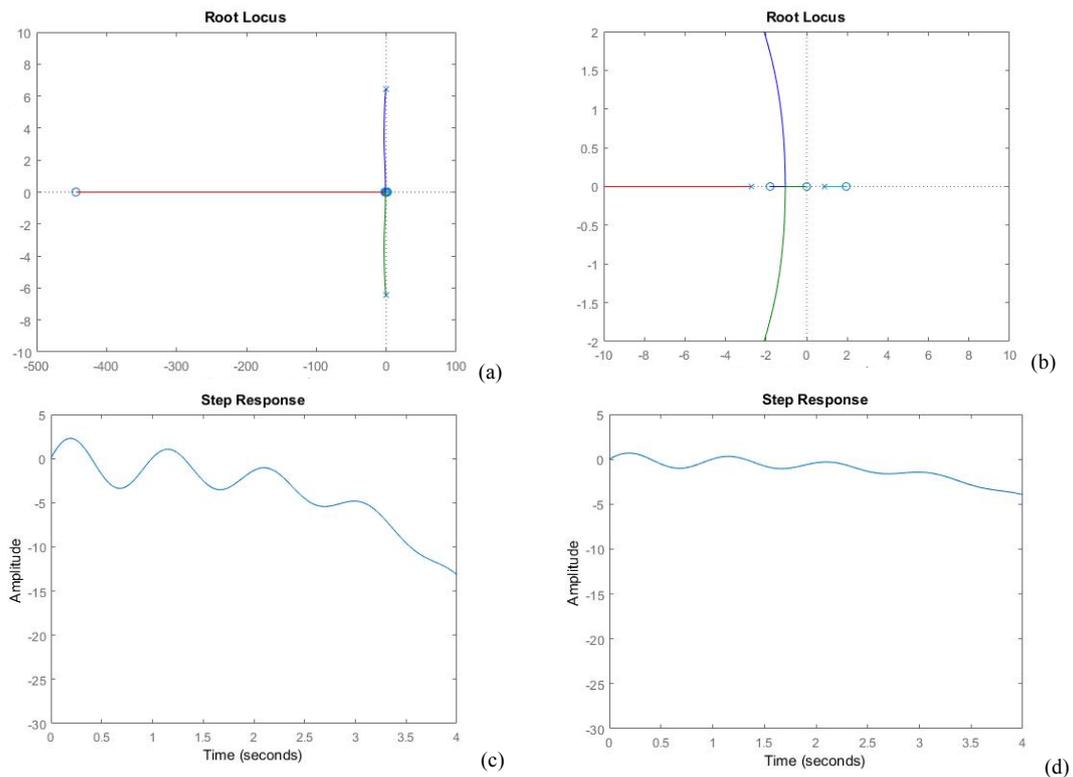


Figura 13 - Taxa de guinada r : (a) Lugar das raízes, (b) Escala reduzida na origem, (c) Resposta em função do aileron e (d) Resposta com ganho.

Visto que a superfície de controle do aileron influencia diferentes variáveis na estabilidade látero-direcional, desta análise adotam-se ganhos de modo a amortecer as oscilações no menor tempo possível. As respostas são uma combinação de movimento oscilatório e não oscilatório, logo temos algumas que tem um comportamento mais exponencial e outras com um comportamento mais oscilatório.

Observa-se que entre as variáveis críticas tem-se a taxa de rolagem e a taxa de guinada, pois são as duas respostas que tem maior amplitude de oscilação, e que pode representar um *overshoot* elevado do modo *dutch roll*. Da análise das respostas e com os ganhos adotados, observa-se que diminuíram significativamente os *overshoots*.

De forma análoga e sabendo que as taxas de rolagem (p) e de guinada (r) são as críticas em relação à variação do aileron, verificam-se estas mesmas respostas em função da variação do ângulo do leme, Eqs. (21) e (23), respectivamente, conforme a seguir:

- **Taxa de rolagem p .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 14(a). A seguir, se apresenta a simulação da resposta para a função *step* na Figura 14(b). Após análise se adota o ganho $G=0,02$ e obtém-se a resposta com total amortecimento e redução total do *overshoot*, dada na Figura 14(c).

- **Taxa de guinada r .** Apresenta-se o lugar das raízes na Figura 15(a). A seguir, se apresenta a simulação da resposta para a função *step* na Figura 15(b). Após análise se adota o ganho $G=0,03$ e obtém-se a resposta com amortecimento e redução do *overshoot*, conforme a Figura 15(c).

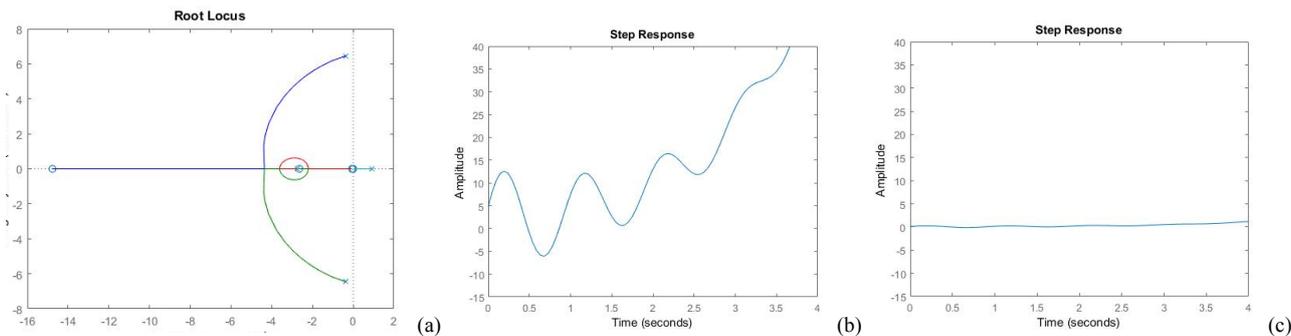


Figura 14. Taxa de rolagem p : Velocidade lateral: (a) Lugar das raízes, (b) Resposta em função do leme e (c) Resposta com ganho.

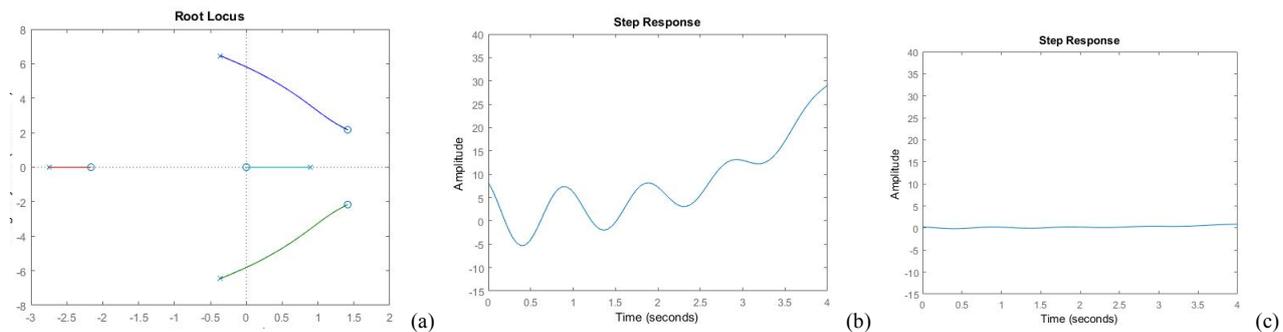


Figura 15. Taxa de guinada r : (a) Lugar das raízes, (b) Resposta em função do leme e (d) Resposta com ganho.

Da análise das respostas e com os ganhos adotados, observa-se que diminuíram significativamente os *overshoots*.

6. MELHORIAS E AUMENTO DA ESTABILIDADE

A seguir, alguns artifícios utilizados para aumentar a estabilidade de uma aeronave, sejam estas, mudanças estruturais bem como a inclusão de sistemas de controle para melhorar as respostas e proporcionar ao piloto uma melhor controlabilidade e qualidade de voo.

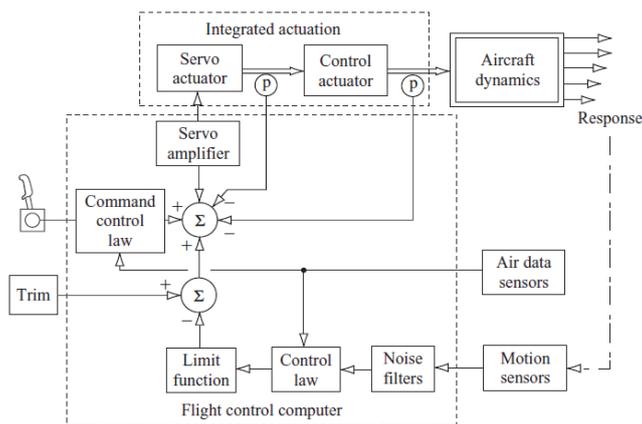


Figura 16 - Sistema de controle FBW (COOK, 2007).

Na busca de melhor desempenho e melhores respostas, numa aeronave real se realizam todas as análises relacionadas com estabilidade e controle, assim como estratégias para diminuir *overshoots*, e um sistema muito utilizado é o chamado *fly-by-wire* (FBW), conforme diagrama de blocos mostrado na figura 16 (COOK, 2007). Observa-se, que o sistema de controle vai atuar de forma que a resposta da superfície de controle seja muito mais rápida.

Para o caso da aeronave rádio-controlada AF-X não é viável um sistema de controle, entretanto, como sugestão, propõe-se geometrias que favorecem a estabilidade dinâmica. Uma asa com diedro, favorece a estabilidade lateral, principalmente o modo espiral. Outra modificação que favorece à estabilidade é ter asa alta, conforme o design do AF-X, com a asa localizada acima do centro de gravidade da aeronave (Figura 17).

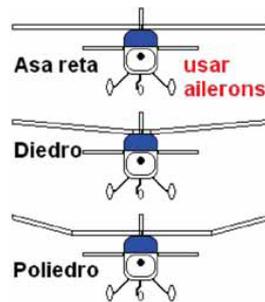


Figura 17 - Diedro na geometria da asa.

Também se deve pensar em modificações nas superfícies de controle para aumentar a capacidade de controlabilidade da aeronave, porém para o AF-X temos que pensar que o fator peso é extremamente importante e caberá à equipe pensar a importância das mudanças para melhorar a estabilidade, caso gerem aumento de peso.

7. CONCLUSÕES

Neste estudo se apresenta uma breve análise relacionada com a estabilidade dinâmica, longitudinal e látero-direcional, da aeronave rádio-controlada AF-X da equipe AeroFEG de *Aerodesign*. Observa-se, que a estabilidade da aeronave é estável não apresentando problemas para as perturbações mais comuns, apenas em um tipo de manobra apresenta instabilidade, porém sem grandes preocupações para a equipe.

Outra importante análise foi a controlabilidade da aeronave, pois neste tema relacionado com controle e estabilidade o mais importante é obter um equilíbrio, visto que aeronaves muito estáveis são de difícil controlabilidade. No caso do AF-X todas as respostas foram satisfatórias com tempos de resposta menores que 60s e para outras, se obteve absorção mais rápida.

A aeronave AF-X apresenta ligeira instabilidade que pode ou não ser corrigida. Esta decisão deve ser tomada pela equipe levando em consideração a relação peso e eficiência estrutural, bem como os objetivos claros da competição e as condições críticas da prova prática.

A estabilidade dinâmica e o controle de uma aeronave são assuntos totalmente relacionados e que precisam da maior das atenções dos projetistas. Assim, o objetivo principal deste estudo de obter melhorias que possam ser aplicadas à aeronave foi atingido, e devem ser utilizados pela equipe para tomadas de decisões. Observa-se que, na prática uma aeronave pode sim ser bastante instável como é o caso dos caças para rápidas manobras, entretanto, existem a bordo dispositivos de controle que permitem ao piloto retomar rapidamente a posição de equilíbrio.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. D. Fundamentals of Aerodynamics. 3. ed. McGraw-Hill, 2001.
- BRYAN, G. H. Stability in Aviation. 1. ed. Macmillan, 1911.
- COOK, M. V. Flight Dynamics Principles. 2. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007. 457 p.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistema de Controle Modernos. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- EMMERICK, M. C. Estudo da Estabilidade dinâmica e controle da aeronave AF-X da equipe AeroFEG. Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.
- LANCHESTER, F.W. Aerial Flight: Part 1, Aerodynamics, 1907; Part 2, Aerodnetics, 1908, Constable, London.
- NELSON, R. C. Airplane Stability and Automatic Control. New York: McGraw-Hill Book, 1989. 284 p.
- NISE, N. S. Engenharia de Sistemas de Controle. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. 4. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2003. 788 p.
- ROSA, E. Introdução ao Projeto Aeronáutico; Florianópolis; Editora UFSC; 2006.