

A REPRESENTAÇÃO DE DADOS ATRAVÉS DE PROPOSIÇÕES CONDICIONAIS DIFUSAS

**GERMANO LAMBERT-TORRES
LUIZ EDUARDO BORGES DA SILVA
RONALDO ROSSI**

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Taubaté

RESUMO

Este artigo apresenta uma contribuição para a representação de conjuntos de dados, utilizando proposições condicionais difusas, onde a premissa tem um significado difuso e a consequência é uma equação matemática. Um algoritmo é proposto para calcular estes valores e, em seguida, é apresentado o método de inferência utilizado. Este encaminhamento pode ser usado em diversos problemas de controle de processos. Um exemplo ilustrativo utilizando dados reais de carga elétrica é apresentado.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem, teoria dos conjuntos difusos, técnicas de linearização.

INTRODUÇÃO

Durante a operação dos sistemas de distribuição, os operadores devem tomar decisões baseadas em diversos fatores, dentre eles, pode-se citar: medidas realizadas no sistema, programação prévia de manutenção e valores de previsão da carga a curtíssimo- e curto-prazo. Estas decisões estão ligadas a administração da carga elétrica, a segurança operacional do sistema e, se possível, a uma operação econômica dos sistemas de distribuição. Entretanto, este processo de decisão tem se tornado cada vez mais complexo pelo grande número de pontos observáveis no sistema e pelo grande número de medidas associados a eles.

Na operação diária do sistema, os operadores tem disponível para consulta algumas normas operativas e o banco de dados do sistema. O problema reside no fato de que achar uma informação neste banco de dados é um tarefa enfadonha e que demanda, por vezes, muito tempo no processo de busca e interpretação dos dados.

CONCEITOS BÁSICOS

A modelagem de dados pode ser definida como sendo uma tentativa de apresentar, de forma clara, as informações contidas em um conjunto de valores. Este procedimento é importante pois o agrupamento de dados em expressões algébricas possibilita uma melhorar visualização, compreensão e interpretação desses valores.

Proposições Difusas

Uma forma geral de representar uma base, $T(x)$, para uma variável x com k conjuntos difusos é apresentada a seguir:

$$T(x) = \{T_x^1, T_x^2, \dots, T_x^k\} \quad (1)$$

onde T_x^i representa o conjunto difuso i da variável x .

Entretanto, outras variáveis podem também fazer parte do vetor de entrada (variáveis independentes) X . Com isto, existe a necessidade da formação de uma base para este vetor, a qual pode ser descrita como:

$$X = [x_i, U_i, \{T_{x_i}^1, T_{x_i}^2, \dots, T_{x_i}^n\}, \{M_{x_i}\} | i = 1, \dots, p] \quad (2)$$

onde x_i representa a variável de entrada de ordem i , n é um número genérico de conjuntos difusos dessa variável; e p , o número de variáveis independentes. Cada variável deste tipo deve ter a ela associada seu universo de discurso U_i e conjunto M_{x_i} (domínio do conjunto de pertinências).

A pertinência de um elemento x a um conjunto difuso A pode ser expressa pela seguinte notação $\mu_A(x)$. Para expressar um certo conhecimento, as variáveis independentes podem estar relacionadas através de conjunções lingüísticas, onde as mais comuns são “e”, “ou” e “ou exclusivo”. Estas conjunções são

representadas através de operações entre conjuntos difusos [1]. Em alguns casos, o complemento de uma função também pode representar sua negação, significando “não A ”. A Teoria dos Conjuntos Difusos permite também expressar advérbios ou locuções adverbiais como, entre outras: “muito”, “pouco” e “ao redor de”.

Com base nestas considerações, uma proposição difusa pode ser definida como sendo uma atribuição de um valor difuso a uma variável. Por valor difuso entende-se um ou mais conjuntos difusos, providos ou não de locuções adverbiais, e ligados por conjunções, com a forma geral:

$$x_i \text{ é } T_{x_i} \quad (3)$$

onde T_{x_i} representa o valor difuso da variável x_i .

Exemplos de proposições difusas poderiam ser: “a sobrecarga do transformador B é pequena” ou “a temperatura do óleo do trafo C não está muito alta”. Onde 'sobrecarga do transformador B' e 'temperatura do óleo do trafo C' são as variáveis da proposição e 'pequena' e 'não muito alta' seu valores difusos.

Proposições Condicionais Difusas

Um sistema de decisão difuso deve mapear o vetor de variáveis independentes em relação a um vetor de variáveis dependentes. Este mapeamento pode ser feito através de proposições condicionais

difusas, utilizando-se a forma geral: “Se <premissas> então <conseqüências>.”, onde premissas e/ou conseqüências são representadas por valores difusos [2]. Uma estrutura típica para um sistema deste tipo, inclui múltiplos valores de entrada e múltiplos valores de saída, formando um sistema denotado pela sigla MIMO ("multiple inputs and multiple outputs"). Nela, p variáveis de entrada x compõe a premissa da proposição e m variáveis de saída y , a conseqüência. Nesta estrutura, todas as variáveis possuem valores difusos a elas associadas.

$$\text{Se } \{x_1 \in T_{x_1}, \dots, x_p \in T_{x_p}\} \text{ então } \{y_1 \in T_{y_1}, \dots, y_m \in T_{y_m}\}. \quad (4)$$

Este artigo propõe um algoritmo para a construção de uma estrutura que contém na premissa proposições difusas e na conseqüência uma equação do primeiro ou do segundo grau. A forma geral da proposição condicional difusa utilizada é expressa por:

$$\begin{aligned} &\text{Se } \{x_1 \in T_{x_1}, \dots, x_p \in T_{x_p}\} \\ &\text{então } \{y_1 = f(x_1, \dots, x_p), \dots, y_m = f(x_1, \dots, x_p)\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Neste caso, as proposições difusas da premissa são separadas por vírgulas, significando a conjugação “e”, ou seja, a avaliação dos valores de pertinência é feito pela operação “mínimo”.

PROPOSIÇÃO DO MODELO

O modelo proposto neste artigo segue a linha dos trabalhos anteriormente publicados por

Sugeno-Takagi [3,4] e Lambert-Torres [5,6], tentando eliminar algumas restrições e limitações que estes trabalhos apresentam. São exploradas, utilizando equações lineares e quadráticas, diversos conjuntos difusos para as premissas e regressões desta ordem para a conseqüência. Isto visa fornecer a modelagem uma maior flexibilidade para o tratamento dos dados, bem como a diminuição do número total de regras que representam um modelo.

Formulação do problema

Seja um conjunto de proposições condicionais difusas, com p variáveis de entrada e uma variável de saída, tendo a seguinte forma geral:

$$\text{Se } \{x_1 \in T_{x_1}, \dots, x_p \in T_{x_p}\} \text{ então } \{y = f(x_1, \dots, x_p)\}. \quad (6)$$

Os conjuntos difusos T_x e a função $f(\bullet)$ podem ser representados por equações do primeiro ou do segundo grau.

Para simplificar as fórmulas que são apresentadas ao longo desta seção, utilizar-se-á a partir deste ponto um sistema com uma variável independente e uma variável dependente. Isto pode parecer, a primeira vista, uma perda de generalização do modelo; entretanto, isto não ocorre pelo desacoplamento das variáveis. A descrição do processo de busca para um sistema

com múltiplas variáveis independentes é descrito nas próximas seções. Para este tipo de sistema, a proposição passa a ter a seguinte forma geral:

$$\text{Se } \{x \in T_i\} \text{ então } \{y = a_{0i} + a_{1i}x + a_{2i}x^2\}. \quad (7)$$

$$\text{onde: } T_i = \begin{cases} 0 & \text{para } x < x_{i1} \\ m_{0i} + m_{1i} \cdot x + m_{2i} \cdot x^2 & \text{para } x_{i1} \leq x \leq x_{i2} \\ 0 & \text{para } x > x_{i2} \end{cases}$$

Com isto, o vetor de incógnitas Θ a ser solucionado é dado por:

$$\Theta = [x_{i1} \ x_{i2} \ m_{0i} \ m_{1i} \ m_{2i} \ a_{0i} \ a_{1i} \ a_{2i}]^t \quad (8)$$

Apresentação do algoritmo de solução do vetor Θ

Esta secção apresenta o algoritmo para a solução do vetor Θ . Foram desenvolvidas equações específicas para cada um dos tipos de representação estudados (premissa-consequência na forma: reta-reta, reta-parábola, parábola-reta e parábola-parábola). Os nomes das representações estão ligados com o grau das equações utilizadas nos conjuntos difusos (premissa) e na consequência. Por exemplo, parábola-reta significa que os conjuntos difusos T_x foram ajustados utilizando-se uma equação do segundo grau e que a consequência contém uma equação linear.

A metodologia proposta soluciona o vetor de incógnitas utilizando um algoritmo onde,

inicialmente, obtém-se a consequência das proposições condicionais difusas a partir de regressões linear ou quadrática dos dados de entrada. Um erro máximo de representação é previamente escolhido para limitar estas regressões. Começasse o regressão pelo limite inferior dos dados de entrada em relação a sua abcissa. Mais em mais pontos são adicionados ao conjunto de pontos da regressão até que o erro de modelagem seja maior do que o erro máximo. Assim tende a primeira equação para a consequência. O mesmo procedimento ocorre a partir do limite superior dos dados de entrada, obtendo-se a segunda equação da consequência.

Neste instante, duas possibilidades podem ocorrer. A primeira é a superposição (mesmo em um único ponto) dos intervalos das regressões. Quando isto ocorre, não existe a necessidade da utilização de proposições condicionais difusas para modelar o problema, pois as duas regressões já o fazem dentro do erro máximo pré-estabelecido. Neste caso, regras de produção simples podem representar o conjunto de dados. A segunda possibilidade (bem mais comum) é que exista um intervalo que não foi coberto por nenhuma das duas regressões. Quando isto ocorre o algoritmo continua.

Neste ponto, o algoritmo já determinou o seguinte sub-vetor de solução:

$$\Theta' = [x_{i1} \ x_{i2} \ a_{0i} \ a_{1i} \ a_{2i}]^t \quad (9)$$

pois os parâmetros a_{0i} , a_{1i} e a_{2i} são obtidos pela regressão e o intervalo $[x_{i1} \ x_{i2}]$ é aquele que necessita ainda ser modelado.

A premissa das proposições condicionais difusas tem seu cálculo baseado na inferência difusa que é utilizada para avaliar o modelo em sua forma final, o qual utiliza o método do centro de gravidade [5]. São escolhidos aleatoriamente pontos no intervalo ainda não modelado e, através de um processo de inferência reversa, são calculados os valores dos coeficientes das equações dos conjuntos difusos. Neste ponto, o algoritmo já calculou a segunda parte do vetor de solução composto por:

$$\Theta'' = [m_{0i} \ m_{1i} \ m_{2i}]^t \quad (10)$$

Este procedimento é repetido para cada um dos modelos propostos e escolhido aquele sistema difuso que melhor representa o conjunto de dados de entrada em relação aos dados de saída.

A seguir, é apresentado passo-a-passo o algoritmo utilizado para cálculo dos parâmetros de cada modelo:

1. Escolha o erro máximo de representação do modelo.
2. Construa uma lista ordenada com o conjunto de treinamento do modelo (dados de entrada e saída correspondente).

3. Construa uma lista auxiliar que incorpora os primeiros pontos da lista do passo 2. Vá adicionando pontos a esta nova lista, desde que a regressão utilizada possa modelá-los com erros inferiores ou iguais ao definido no passo 1.
4. Processa de maneira análoga ao passo 3, somente que começando pelo final da lista do passo 2.
5. Teste: verifique se existe superposição dos pontos das listas obtidos nos passos 3 e 4. Se sim, ir para o passo 9; caso contrário, continuar.
6. Escolha aleatoriamente 2 (ou 3) pontos no intervalo não modelado (sendo 2 para a premissa com conjuntos difusos lineares e 3, para as quadráticas). Calcule os valores das funções de pertinência baseadas neste valores.
7. Repita o passo 6, diversas vezes, obtendo diversos conjuntos de soluções.
8. Avalie os diversos resultados dos passos 6 e 7, escolhendo aquele que tiver erro médio menor.
9. Repita os passos 3 a 8 para todos os modelos propostos.

Espaços multi-dimensionais de entrada e de saída

Neste item volta a ser analisado o sistema com múltiplas variáveis de entrada e apenas uma

variável de saída (MISO). Na realidade, se o espaço de saída for também multi-variável (sistema MIMO), existe, na maioria dos casos, a possibilidade transformá-lo em diversos sistemas MISO, um para cada variável de saída. Nos casos em que isto não for possível, os sistemas difusos devem ser construídos com a possibilidade de trocar de informação entre si.

Seja um espaço de entrada composto por p variáveis de entrada na forma x_1, x_2, \dots, x_n e uma variável de saída y . A idéia geral da representação é gerar uma árvore de busca onde os melhores modelos locais são escolhidos a cada instante. A seguir, é apresentada como cada elemento desta árvore é gerado.

Passo 1 :

A busca começa representando a premissa por apenas uma variável, enquanto a consequência incorpora todas as variáveis do modelo. Este primeiro passo da busca é mostrado na Figura 1, que por facilidade de representação contém somente três variáveis de entrada.

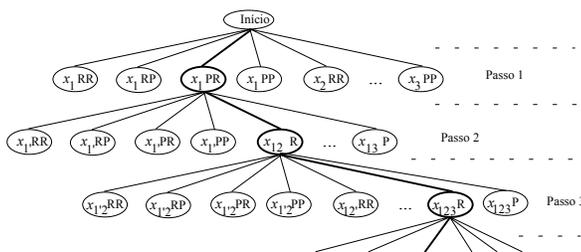


Fig. 1: Busca em um Espaço Multi-Dimensional de Entrada

O passo 1 é composto por cada um dos modelos para cada uma das variáveis, sendo escolhida a estrutura que apresentar o melhor índice de desempenho, ou seja, menor erro total de representação (somatório dos erros individuais). No caso do exemplo da Figura 1, isto ocorre para a variável x_1 utilizando a representação parábola-reta (denotado por x_1 PR), o que gera um conjunto de regras na forma:

R1: Se x_1 é T_{11} então $y_{11} = a_{01} + a_{11}.x_1 + a_{21}.x_2 + a_{31}.x_3$

R2: Se x_1 é T_{12} então $y_{12} = a_{02} + a_{12}.x_1 + a_{22}.x_2 + a_{32}.x_3$

Onde os conjuntos difusos T_{11} e T_{12} são parábolas definidas nos intervalos $[x_{1\min} \ x_{12}]$ e $[x_{11} \ x_{1\max}]$, respectivamente, como ilustrado na Figura 2(a).

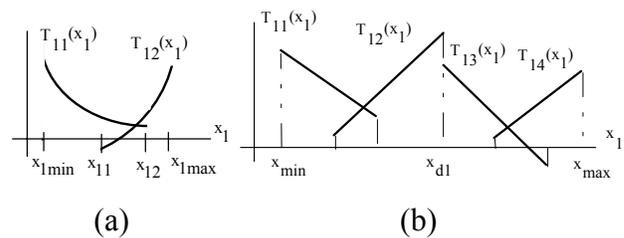


Fig. 2: Exemplos de Funções de Pertinência.

Passo 2 :

Em um segundo passo, são gerados novos modelos que levam em consideração o resultado obtido no primeiro passo. Com isto, dois tipos de divisão da premissa podem ser obtidos: (a) um para as variáveis ainda não utilizadas na premissa; e, (b) outro para as variáveis já utilizadas. Com

base no exemplo da Figura 1, o primeiro tipo abrange neste segundo passo as variáveis x_2 e x_3 ; enquanto o segundo tipo somente a variável x_1 .

Por exemplo, o modelo obtido com o primeiro tipo de divisão da premissa pode ser representado pelo caso denotado na figura por x_{12} R através das seguintes proposições condicionais:

R1: Se x_1 é T_{11} e x_2 é T_{21}

$$\text{então } y_{11} = a_{01} + a_{11}.x_1 + a_{21}.x_2 + a_{31}.x_3$$

R2: Se x_1 é T_{11} e x_2 é T_{22}

$$\text{então } y_{13} = a_{03} + a_{13}.x_1 + a_{23}.x_2 + a_{33}.x_3$$

R3: Se x_1 é T_{12} e x_2 é T_{21}

$$\text{então } y_{12} = a_{02} + a_{12}.x_1 + a_{22}.x_2 + a_{32}.x_3$$

R4: Se x_1 é T_{12} e x_2 é T_{22}

$$\text{então } y_{14} = a_{04} + a_{14}.x_1 + a_{24}.x_2 + a_{34}.x_3$$

Deve-se notar que as equações da consequência y_{11} e y_{12} são mantidas.

Para o outro tipo de divisão da premissa (com uma variável já expressa), dividi-se o seu intervalo em dois, utilizando-se um possível ponto de inflexão da curva dos dados ou através de uma redução temporária no erro permitido pelo modelo. Isto resulta em dois intervalos, denotados por $[x_{1 \min} \ x_{d1}]$ e $(x_{d1} \ x_{1 \max}]$. A este novo espaço, aplica-se novamente os quatro possíveis modelos, obtendo-se, por exemplo, para o caso x_{11} RR, as seguintes proposições condicionais:

R1: Se x_1 é T_{11} então $y_{11} = a_{01} + a_{11}.x_1 + a_{21}.x_2 + a_{31}.x_3$

R2: Se x_1 é T_{12} então $y_{13} = a_{03} + a_{13}.x_1 + a_{23}.x_2 + a_{33}.x_3$

R3: Se x_1 é T_{13} então $y_{14} = a_{04} + a_{14}.x_1 + a_{24}.x_2 + a_{34}.x_3$

R4: Se x_1 é T_{14} então $y_{12} = a_{02} + a_{12}.x_1 + a_{22}.x_2 + a_{32}.x_3$

Onde os conjuntos difusos T_{1k} são completamente recalculados. Por sua vez, aparecem duas novas consequências y_{13} e y_{14} ; enquanto as equações y_{11} e y_{12} são mantidas na ordem mostrada. A Figura 2(b) apresenta um exemplo dos conjuntos difusos T_{1k} para este caso.

No exemplo da Figura 1, o modelo que teve melhor desempenho foi o modelo denotado por x_{12} R descrito por:

- conjuntos difusos T_{11} e T_{12} com equações do segundo grau
- conjuntos difusos T_{21} e T_{22} com equações do primeiro grau (R); e,
- consequências lineares.

Passo 3 :

Neste passo, seguindo-se o exemplo da Figura 1, são geradas as seguintes proposições:

- $x_{1'2}$ RR , $x_{1'2}$ RP , $x_{1'2}$ PR , $x_{1'2}$ PP - onde se subdivide o espaço da variável x_1 mantendo T_{21} e T_{22} do passo anterior;

- x_{12} ' RR , x_{12} ' RP , x_{12} ' PR , x_{12} ' PP - onde se subdivide o espaço da variável x_2 mantendo T_{11} e T_{12} do passo anterior;
- x_{123} R , x_{123} P - onde mantém-se os conjuntos T_{11} , T_{12} , T_{21} e T_{22} do passo anterior; adiciona-se conjuntos com equações linear e quadráticas para a variável x_3 mantendo-se as conseqüências.

Daí, é escolhido o modelo com melhor índice de desempenho; sendo que o processo de busca continua até que o modelo represente os dados dentro da precisão requerida.

A forma de encaminhamento proposta utiliza os melhores modelos locais para a continuação do espaço de busca do modelo. Isto não garante a otimização do modelo, ou seja, que a melhor representação (menor erro com menor número de regras) seja alcançada. Para que isto ocorra seria necessário construir toda a árvore de busca, fato que poderia ser computacionalmente indesejado e sem garantia de propiciar efetivamente um ganho de representação. Por isto foi adotado o esquema de melhores locais descrito acima.

EXEMPLO ILUSTRATIVO

Esta seção apresenta um exemplo ilustrativo para a obtenção de um modelo através da metodologia proposta. O exemplo apresenta um sistema com duas variáveis de entrada e um de

saída. Optou-se por um sistema desta ordem para que se pudesse fazer um acompanhamento gráfico do progresso de ajuste. Os dados a serem ajustados são apresentados na Figura 3. Tratam-se de diversos perfis de carga em um alimentador de um sistema de distribuição.

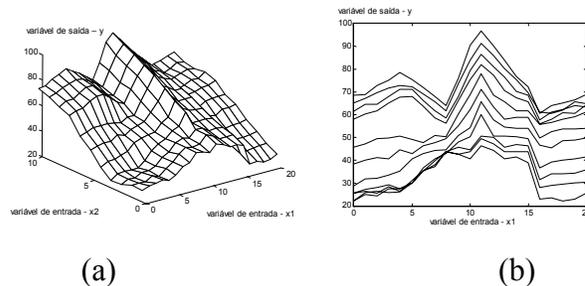


Fig. 3: Dados do Exemplo Ilustrativo:

(a) projeção espacial; (b) projeção planar de x_1 .

Para facilitar o acompanhamento do processo de busca não são descritos todos os modelos que poderiam ser obtidos em cada passo do processo, mas somente são mostrados os dois melhores conjuntos de regras em cada passo (menor índices de desempenho).

Passo 1:

No primeiro passo do processo de busca são geradas regras utilizando-se nas premissas somente um das variáveis. Com isto, 8 modelos são gerados, 4 com a variável de entrada x_1 (reta-reta, parábola-reta, reta-parábola e parábola-parábola) e outros 4 com a variável x_2 . Os dois melhores modelos foram reta-reta para ambos os

casos, resultando nos seguintes conjuntos de regras e índices de desempenho:

- para a variável x_1 : Índice = 51,8924

R1: Se x_1 é $T_{11} = 2,6145 - 0,3229.x_1$ no intervalo $[0, 15[$

$$\text{então } y_{11} = 25,4 + 1,02.x_1 - 0,84.x_2$$

R2: Se x_1 é $T_{12} = -15,2476 + 1,8053.x_1$ no intervalo $]4, 20]$

$$\text{então } y_{12} = 13,3 + 0,58.x_1 + 4,978.x_2$$

- para a variável x_2 : Índice = 49,1285

R1: Se x_2 é $T_{21} = 3,8009 - 0,5602.x_2$ no intervalo $[0, 6]$

$$\text{então } y_{21} = 25,4 + 1,02.x_1 - 0,84.x_2$$

R2: Se x_2 é $T_{22} = 0,9184 + 0,0272.x_2$ no intervalo $[3, 10]$

$$\text{então } y_{22} = 35,2 + 2,15.x_1 + 3,26.x_2$$

Observando-se os índices de desempenhos, verifica-se que entre os dois melhores modelos obtidos, aquele que tem um melhor ajuste aos dados é o mostrado acima com a variável x_2 . Entretanto, como a diferença entre os índices de desempenho não é grande, o programa pode conter uma instrução para continuar a busca nestes dois caminhos. As Figuras 4(a) e 4(b) apresentam as superfícies produzidas por estes conjuntos de regras.

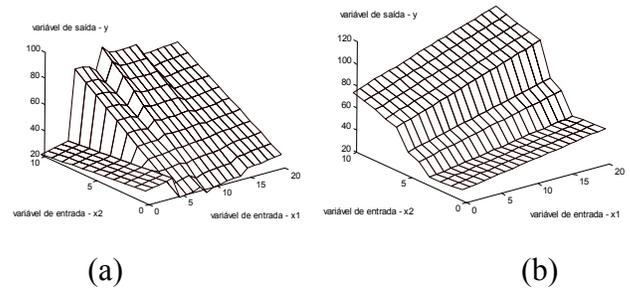


Fig. 4: Resultados do primeiro passo do processo de busca

(a) conjunto de regras 1 (b) conjunto de regras 2

Passo 2:

Como no passo 1 aconteceu um “empate técnico” entre os dois conjuntos e eles geram ramificações separadas da árvore de busca, são desenvolvidos dois tipos de modelos neste passo. Os primeiros ligados com a divisão do intervalo destas variáveis; e os outros ligados a sua mistura. Após a computação desses valores, verifica-se que os melhores modelos obtidos são para:

- divisão do domínio da variável x_1 , nos intervalos $[0,9]$ e $[9,20]$; e,
- mixagem das variáveis x_1 e x_2 , utilizando-se funções lineares nas premissas.

Os melhores modelos resultantes apresentam os seguintes conjuntos de regras e índices de desempenho:

- para a variável x_1 : Índice = 40,1740

R1: Se x_1 é $T_{11} = 5,9650 - 1,2413 \cdot x_1$ no intervalo $[0, 7]$

$$\text{então } y_{11} = 25,4 + 1,02 \cdot x_1 - 0,84 \cdot x_2$$

R2: Se x_1 é $T_{12} = -16,2184 + 3,4437 \cdot x_1$ no intervalo $[4, 9]$

$$\text{então } y_{12} = 24,6 + 2,25 \cdot x_1 + 0,62 \cdot x_2$$

R3: Se x_1 é $T_{13} = -225,7657 + 18,8971 \cdot x_1$ no intervalo $]9, 15]$

$$\text{então } y_{13} = 21,8 + 1,85 \cdot x_1 + 2,92 \cdot x_2$$

R4: Se x_1 é $T_{14} = -8,2198 + 0,9220 \cdot x_1$ no intervalo $[11, 20]$

$$\text{então } y_{14} = 13,3 + 0,58 \cdot x_1 + 4,978 \cdot x_2$$

- para a variável x_2 : Índice = 21,3893

R1: Se x_1 é $T_{11} = 1,40 - 0,3107 \cdot x_1$ no intervalo $[0, 15[$

$$\text{e } x_2 \text{ é } T_{21} = 0,8200 - 0,1033 \cdot x_2 \text{ no intervalo}$$

$[0, 6]$

$$\text{então } y_{11} = 25,4 + 1,02 \cdot x_1 - 0,84 \cdot x_2$$

R2: Se x_1 é $T_{11} = 1,40 - 0,3107 \cdot x_1$ no intervalo $[0, 15[$

$$\text{e } x_2 \text{ é } T_{22} = -0,4800 + 0,1667 \cdot x_2 \text{ no intervalo}$$

$[3, 10]$

$$\text{então } y_{12} = 35,2 + 2,15 \cdot x_1 + 3,26 \cdot x_2$$

R3: Se x_1 é $T_{12} = -1,5975 + 0,1352 \cdot x_1$ no intervalo $]4, 20]$

$$\text{e } x_2 \text{ é } T_{21} = 0,8200 - 0,1033 \cdot x_2 \text{ no intervalo}$$

$[0, 6]$

$$\text{então } y_{13} = 13,3 + 0,58 \cdot x_1 + 4,978 \cdot x_2$$

R4: Se x_1 é $T_{12} = -1,5975 + 0,1352 \cdot x_1$ no intervalo $]4, 20]$

$$\text{e } x_2 \text{ é } T_{22} = -0,4800 + 0,1667 \cdot x_2 \text{ no intervalo}$$

$[3, 10]$

$$\text{então } y_{14} = 25,1 + 1,42 \cdot x_1 + 1,41 \cdot x_2$$

Verifica-se pelos índices de desempenho, que entre os dois melhores modelos obtidos neste passo aquele que apresenta menor índice é o segundo onde são utilizadas as duas variáveis com representação das funções de pertinência na forma linear. As Figuras 5(a) e 5(b) apresentam as superfícies obtidas em cada conjunto de regras acima.

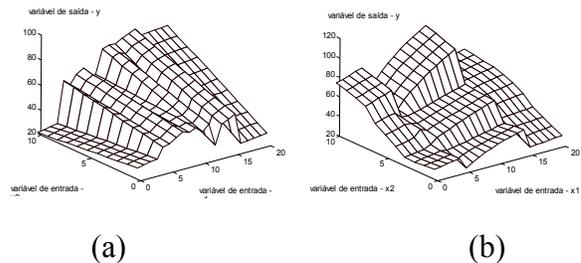


Fig. 5: Resultados do segundo passo do processo de busca.

(a) conjunto de regras 1 (b) conjunto de regras 2

Passo 3:

Neste passo são desenvolvidos conjuntos de regras que dividem o domínio de cada variável, gerando modelos com premissa lineares e quadráticas. Os modelos que apresentam melhores resultados são:

- para a variável x_1 (reta): Índice = 5,2867

R1: Se x_1 é T_{11} e x_2 é T_{21}

$$\text{então } y_{11} = 25,4 + 1,02.x_1 - 0,84. x_2$$

$$\text{R2: Se } x_1 \text{ é } T_{11} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{12} = 35,2 + 2,15.x_1 + 3,26. x_2$$

$$\text{R3: Se } x_1 \text{ é } T_{12} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{13} = 24,6 + 2,25.x_1 + 0,62. x_2$$

$$\text{R4: Se } x_1 \text{ é } T_{12} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{14} = 40,7 - 0,14.x_1 + 2,34. x_2$$

$$\text{R5: Se } x_1 \text{ é } T_{13} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{15} = 21,8 + 1,85.x_1 + 2,92. x_2$$

$$\text{R6: Se } x_1 \text{ é } T_{13} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{16} = 40,2 + 0,42.x_1 + 4,56. x_2$$

$$\text{R7: Se } x_1 \text{ é } T_{14} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{17} = 13,3 + 0,58.x_1 + 4,978. x_2$$

$$\text{R8: Se } x_1 \text{ é } T_{14} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{18} = 25,1 + 1,42.x_1 + 1,41. x_2$$

sendo:

$$T_{11} = 1,2502 - 0,115. x_1 \text{ no intervalo } [0, 7]$$

$$T_{12} = 0,8720 + 0,212. x_1 \text{ no intervalo } [4, 9]$$

$$T_{13} = 2,1750 + 0,125. x_1 \text{ no intervalo } [9, 15]$$

$$T_{14} = -1,5975 + 0,1352. x_1 \text{ no intervalo } [11, 20]$$

$$T_{21} = 0,8200 - 0,1033. x_2 \text{ no intervalo } [0, 6]$$

$$T_{22} = -0,480 + 0,1667. x_2 \text{ no intervalo } [3, 10]$$

- para a variável x_1 (reta/parábola): Índice = 4,0428

$$\text{R1: Se } x_1 \text{ é } T_{11} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{11} = 25,4 + 1,02.x_1 - 0,84. x_2$$

$$\text{R2: Se } x_1 \text{ é } T_{11} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{12} = 35,2 + 2,15.x_1 + 3,26. x_2$$

$$\text{R3: Se } x_1 \text{ é } T_{12} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{13} = 24,6 + 2,25.x_1 + 0,62. x_2$$

$$\text{R4: Se } x_1 \text{ é } T_{12} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{14} = 40,7 - 0,14.x_1 + 2,34. x_2$$

$$\text{R5: Se } x_1 \text{ é } T_{13} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{15} = 21,8 + 1,85.x_1 + 2,92. x_2$$

$$\text{R6: Se } x_1 \text{ é } T_{13} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{16} = 40,2 + 0,42.x_1 + 4,56. x_2$$

$$\text{R7: Se } x_1 \text{ é } T_{14} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{21}$$

$$\text{então } y_{17} = 13,3 + 0,58.x_1 + 4,978. x_2$$

$$\text{R8: Se } x_1 \text{ é } T_{14} \text{ e } x_2 \text{ é } T_{22}$$

$$\text{então } y_{18} = 25,1 + 1,42.x_1 + 1,41. x_2$$

sendo:

$$T_{11} = 1,400 - 0,3327. x_1 + 0,022. x_1^2 \text{ no intervalo } [0, 7]$$

$$T_{12} = 0,770 - 0,421. x_1 + 0,055. x_1^2 \text{ no intervalo } [4, 9]$$

$$T_{13} = 2,1750 + 0,125. x_1 \text{ no intervalo } [9, 15]$$

$$T_{14} = -1,5975 + 0,1352. x_1 \text{ no intervalo } [11, 20]$$

$$T_{21} = 0,8200 - 0,1033. x_2 \text{ no intervalo } [0, 6]$$

$$T_{22} = -0,480 + 0,1667. x_2 \text{ no intervalo } [3, 10]$$

A Figura 6 apresenta as superfícies geradas por esses conjuntos de regras, bem como a projeção planar e o erro do modelo para o segundo conjunto de proposições.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

Dentre os melhores modelos obtidos no passo 3, pode-se destacar os dois conjuntos de

regras acima, os quais oferecem índice de desempenho próximos de 2%, escolhido como erro médio do modelo. Como existem 231 pontos (11 curvas \times 21 pontos) a serem modelados, os erros médios encontrados foram de 2,29 % e 1,75 %, respectivamente. Portanto, a busca pelo modelo pode parar neste ponto pois foi atingido o erro médio máximo. A Figura 6(d) mostra os erros percentuais do modelo para cada um dos pontos da superfície da Figura 6(b). Com esta figura, pode-se verificar uma característica importante do modelo obtido, os seus erros são não-tendenciosos e se distribuem ao redor de zero.

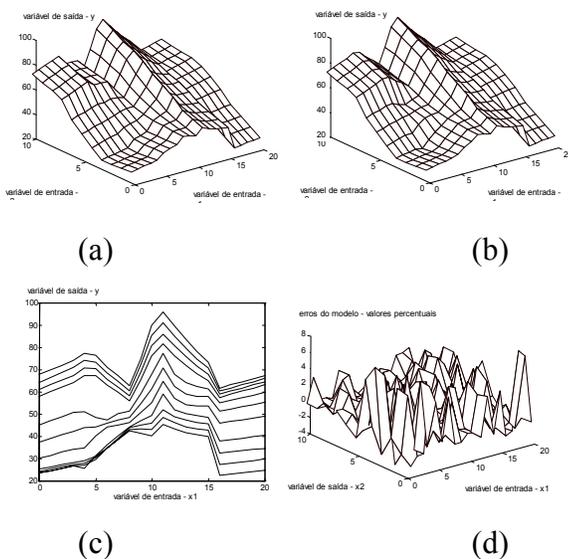


Fig. 6: Resultados do terceiro passo do processo de busca:
 (a) conjunto de regras 1 (b) conjunto de regras 2
 (c) projeção do conjunto de regras 2 (d) erro do modelo 2

Um ponto interessante que pode ser observado neste exemplo é concernente ao processo de divisão do domínio da variável, fato que ocorreu nos passos 2 e 3. Quando uma variável é dividida, procede-se naquela dimensão como se o problema da modelagem fosse dividido, ou seja, fossem tratados dois problemas separadamente. Não obstante este fato, que originou no modelo final premissas com funções quadráticas em sua primeira parte e funções lineares na segunda, o modelo conserva algumas características principalmente no que concerne as conseqüências. A Figura 7 ilustra a seguinte explicação. Como as listas são construídas de maneira ordenada e necessita-se tomar como base uma das variáveis, o processo de construção das listas se realiza a partir dos vértices da superfície, fato que faz com que as conseqüências permaneçam as mesmas calculadas anteriormente.

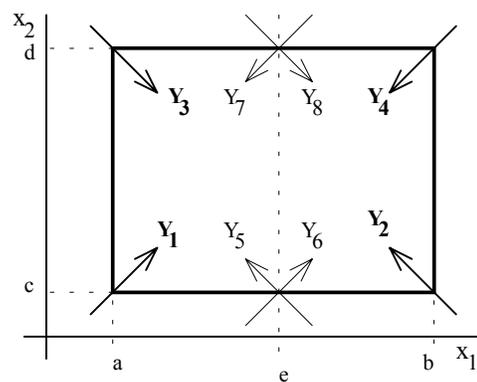


Fig. 7: Evolução das Conseqüências das Regras.

Para ilustrar este efeito, pode-se mostrar a evolução do conjunto de regras com as conseqüências ilustradas na figura acima. Seja, inicialmente, o seguinte conjunto de regras:

Regra 1: Se x_1 é T_{11} [a,_] então y_1 .

Regra 2: Se x_1 é T_{12} [_,b] então y_2 .

Nota: em [a,_] o sublinhado significa um valor que deve ser calculado segundo o algoritmo proposto, não sendo importante nesta análise.

Existem duas opções, a divisão do domínio de x_1 ou a incorporação de x_2 , fatos que resultam nos seguintes conjuntos de regras:

Regra 1: Se x_1 é T_{11} [a,_] então y_1 .

Regra 2: Se x_1 é T_{12} [_,e] então y_5 .

Regra 3: Se x_1 é T_{13} [e,_] então y_6 .

Regra 4: Se x_1 é T_{14} [_,b] então y_2 .

e

Regra 1: Se x_1 é T_{11} [a,_] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_1 .

Regra 2: Se x_1 é T_{11} [a,_] e x_2 é T_{22} [_,d] então y_3 .

Regra 3: Se x_1 é T_{12} [_,b] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_4 .

Regra 4: Se x_1 é T_{12} [_,b] e x_2 é T_{22} [_,d] então y_2 .

Em um próximo passo, poderia ser criado o seguinte conjunto de regras:

Regra 1: Se x_1 é T_{11} [a,_] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_1 .

Regra 2: Se x_1 é T_{11} [a,_] e x_2 é T_{22} [_,d] então y_3 .

Regra 3: Se x_1 é T_{12} [_,e] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_5 .

Regra 4: Se x_1 é T_{12} [_,e] e x_2 é T_{22} [_,d] então y_7 .

Regra 5: Se x_1 é T_{13} [e,_] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_6 .

Regra 6: Se x_1 é T_{13} [e,_] e x_2 é T_{22} [_,d] então y_8 .

Regra 7: Se x_1 é T_{14} [_,b] e x_2 é T_{21} [c,_] então y_2 .

Regra 8: Se x_1 é T_{14} [_,b] e x_2 é T_{22} [_,d]

então y_4 .

Esta evolução foi a ocorrida no exemplo ilustrativo descrito. Caso o erro não tivesse sido atingido poder-se-ia, tentar dividir o domínio de x_2 ou ainda subdividir o domínio de x_1 e o processo de busca continuaria até que o erro médio fosse alcançado.

ABSTRACT

An alternative mathematical tool to yield a data model is presented. This model is represented by fuzzy conditional statements, where the premise has a fuzzy meaning and the consequence is a mathematical equation. An algorithm is proposed to calculate the parameters of these statements. The inference method used is presented. These models can be used in many studies and in control processes. Illustrative examples for power system load modelling and forecasting are presented using real world data.

KEY-WORDS: Modeling; fuzzy set theory; linearization techniques.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L.A. Zadeh - "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and

- Decision Processes”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-3, No. 1, pp. 28-74, 1973.
- [2] G. Lambert-Torres, L.E. Borges da Silva e D. Mukhedkar- “Fuzzy Conditional Statements to Modelling and Control”, In: Proceedings of Third International Fuzzy Systems Association World Congress, Seattle, Aug. 6-11, pp. 606-609, 1989.
- [3] M. Sugeno e T. Takagi - “Multi-dimensional Fuzzy Reasoning”, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 9, No. 2, 1983.
- [4] T. Takagi e M. Sugeno - “Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modelling and Control”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, Jan./Feb. 1985.
- [5] G. Lambert-Torres, B. Valiquette e D. Mukhedkar - “Bus Load Forecasting Using Fuzzy Techniques”, *CEA Engineering and Operating Transactions*, Vol. 29, Part IV, 1990.
- [6] G. Lambert-Torres, B. Valiquette, H. Greiss e D. Mukhedkar - “Writing a Fuzzy Knowledge Base”, In: Proc. of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Los Angeles, Nov. 4-7, 1990.