

## CONTROLE DE FORÇA EM UMA MOLA HELICOIDAL USANDO UM SISTEMA ELETROPNEUMÁTICO

Eudes Gonzaga de Araújo<sup>1</sup>  
Benedito Santana de Oliveira<sup>2</sup>

José Antônio Riul<sup>3</sup>

Paulo Henrique de Miranda Montenegro<sup>4</sup>

eudes@centec.org.br

bene@ct.ufpb.br

riul@ct.ufpb.br

paulo@ct.ufpb.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal da Paraíba - Centro de Tecnologia

**Resumo.** As máquinas de usinagem de comandos numéricos executam tarefas que exigem tanto o posicionamento de peças e ferramentas, quanto o controle de força na usinagem das peças a serem confeccionadas, para que se tenha um produto final conforme as especificações de projeto. Sistemas eletropneumáticos são utilizados no campo industrial, para o posicionamento de peças, ferramentas, etc. Esses sistemas são também utilizados em operações que exigem a aplicação de força com intensidade controlada. Em muitas operações as forças a serem aplicadas são de baixa intensidade e o sistema eletropneumático para controle de posição e de força tem sido utilizado. Este trabalho tem como objetivo o projeto de controladores LQG e Hinf, para um sistema eletropneumático, visando o controle da força aplicada em uma mola helicoidal dentro da faixa de 0N a 250N. São apresentados resultados simulados e experimentais mostrando o desempenho do sistema sob ação dos controladores projetados. Palavras-chave. Sistema, Eletropneumático, Controle de Força.

## CONTROL FORCE IN A HELICAL SPRING USING AN ELECTROPNEUMATIC SYSTEM

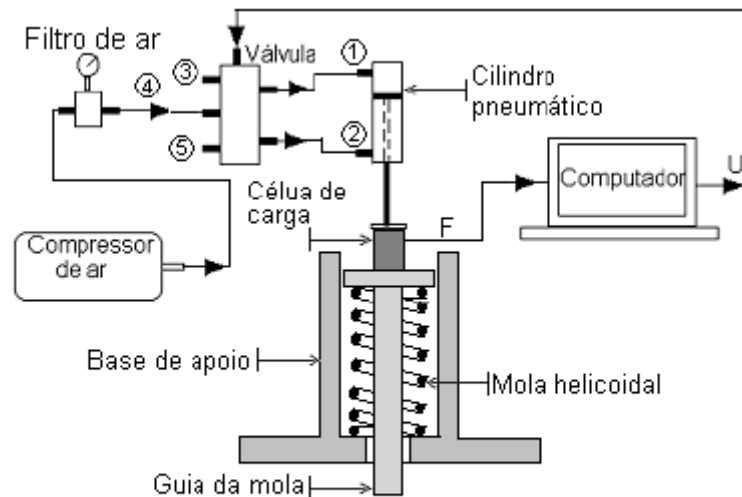
**Abstract.** Numerical command factory machines perform tasks which require not only the positioning of parts and tools but also power control in the production of the parts to be made so that the final product comes out according to the project specifications. Electropneumatic systems are used in industry to place parts and tools. These systems are also used in procedures that require the employment of force with controlled intensity. In a lot of procedures the force to be applied is one of low intensity and the electropneumatic systems which control position and force have been used. This work has as objective the project of LQG and Hinf controllers for an electropneumatic system aiming to control the force used in a helical spring within the range of 0N to 250N. Simulated and experimental results showing the system performance under the action of the projected controls are presented. Key-words: system, electropneumatic, force control.

## 1.Introdução

A execução de tarefas que necessitam do controle de posição e/ou de força é cada vez mais freqüente em diversos campos de atividades. Por exemplo, o controle de posição e de força feito através de um manipulador, exige que o mesmo execute um movimento seguindo uma trajetória desejada e realize uma interação com um determinado meio de trabalho. Na interação as forças de contato de alto nível devem ser evitadas para que não ocorram danos estruturais tanto no manipulador quanto no meio de trabalho. Forças de contato de baixo nível devem ser também evitadas para não inviabilizar a execução da tarefa (Graig,1988, Valer, 2004). Desta forma, uma estratégia de controle adequada deve ser planejada para que as tarefas sejam realizadas com sucesso. Esta estratégia pode ser feita através da medição de forças de forma explícita, denominada de controle explícito de força, ou de forma implícita, que utiliza a impedância mecânica entre a força e a posição na extremidade do manipulador, denominada de controle de impedância mecânica. O controle de sistemas com uma única entrada e uma única saída, sistemas SISO, foram fáceis de serem resolvidos com a teoria de controle clássico, porém, um dos principais desafios em controle foi a análise e projeto de sistemas controle com múltiplas entradas e múltiplas saídas, sistemas MIMO, pois a função de transferência de um sistema de MIMO é uma matriz e conceitos e ferramentas de controle clássico, como lugar das raízes, diagrama de Bode, critério de estabilidade de Nyquist, margem de ganho e de fase, inicialmente foram difíceis de serem aplicados. As técnicas de controle moderno, baseadas em espaço de estados, evitaram as complexidades. No espaço de estados a única diferença entre sistemas SISO e MIMO é o número de colunas da matriz de controle B (número de entradas) e o número de linhas na matriz de saída C (número de saídas). A teoria de controle ótimo possibilitou que diversas técnicas de projeto de controle fossem desenvolvidas. Por exemplo, a partir de 1960 foi possível projetar regulador linear quadrático ótimo, LQR, com base na minimização de um funcional que é função da entrada do sistema e dos seus estados, (Shahian et al., 1993), considerando o sistema a ser controlado linear. Atualmente existem algoritmos que podem ser utilizados para sistemas não lineares. Este método pode ser aplicado em sistemas SISO e MIMO com a mesma facilidade. Sua principal característica é que todos os estados devem estar disponíveis para serem utilizados na realimentação, o que nem sempre é possível, pois alguns estados não têm significado físico ou se têm são difíceis de serem medidos (Cruz, 1996). Para solucionar este problema a técnica de estimação de estados foi desenvolvida e teve início com Lueberger em 1964, cuja função é determinar um estimador de forma que o vetor de estado estimado aproxime-se assintoticamente do vetor de estado real. Esta técnica de estimação é mais conhecida como projeto de filtro de Kalman e também é uma técnica de controle ótimo. Um controlador que possui na sua estrutura um regulador e um observador resulta em um controlador Linear Quadrático Gaussiano, LQG, (Oliveira, 2002). Na década de 1980 surgiu a teoria de controle robusto Hinf. Este problema foi primeiro formulado por G. Zames, e é essencialmente um método de otimização no domínio da freqüência para projeto de sistema de controle robusto (Shahian et al, 1993). A solução dos problemas de controle Hinf e LQG é bem similar. Ambos usam estimadores e realimentação de estados estimados. Os ganhos do regulador e do observador são determinados a partir de equações algébricas de Riccati. Neste trabalho o controle de força será de forma explícita, onde o atuador é um sistema eletropneumático que aplica força sobre uma mola helicoidal, representando o meio de trabalho. O modelo matemático do sistema foi determinado usando técnicas de identificação paramétrica. As técnicas de controle LQG e Hinf são utilizadas nos projetos dos controladores e os resultados obtidos com simulações e experimentais serão apresentados e avaliados.

## 2. Descrição e Modelo Matemático do Sistema

O sistema é composto de um atuador eletropneumático que sob a ação dos controladores projetados é responsável pela aplicação de força sobre uma mola helicoidal. Este atuador é constituído de uma válvula eletropneumática proporcional de 5/3 vias – FESTO - MPYE – 5 - 1/8HF – 010B, tensão de alimentação de 24VDC e pressão máxima de suprimento de 1MPa com sinal analógico de excitação de 0VDC a 10VDC; cilindro pneumático de dupla ação, haste simples – WERK-SCHOT – M102532D-DX200, diâmetro de êmbolo de 25mm, diâmetro da haste de 10mm e 200mm de curso, com pressão máxima de trabalho de 1Mpa; um compressor SCHULZ, modelo: MS –2,6/60 e unidade de conservação de ar WERK – SCHOT – Modelo Lubrifil mini. Os resultados experimentais são obtidos através de uma bancada de testes, composta por um microcomputador Pentium de 300MHz, 128MB de memória RAM, uma placa de entrada e saída de dados - QUATEC\_DAQ 801, frequência de amostragem de 65kHz, 16 entradas analógicas, 02 saídas analógicas, 02 entradas digitais e 4 saídas digitais, responsável pela aquisição do sinal de força obtido através de uma célula de carga da KRATOS, Modelo MM – S, capacidade de carga máxima de 2000N e pela emissão do sinal de tensão de excitação para a válvula proporcional. O sinal da célula de carga é amplificado por um amplificador de sinais da INSTRUMENTS DIVISION – Modelo 2310 e captado pela placa de aquisição e a válvula é alimentada por uma fonte regulável de tensão, GOLDSTAR, de 0V – 30V, Modelo GP 305. O programa computacional LabVIEW foi utilizado tanto para a aquisição de dados em malha aberta quanto em malha fechada. A Figura (1) mostra o esquema da bancada de testes.



**Figura 1- Esquema da bancada de testes experimentais.**

O modelo matemático do sistema foi determinado através da técnica de identificação paramétrica, em malha aberta, e corresponde a um sistema de terceira ordem, conforme a Eq.(1), e representado na forma de espaço de estados, definida pela Eq's(2.1 e 2.2).

$$G_p(s) = \frac{0,957s^2 + 371,455s + 47394,248}{s^3 + 30,451s^2 + 1729,016s + 5740,037} \quad (1)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.1)$$

$$F = Cx + Du \quad (2.2)$$

onde:  $u$  é variável de controle,  $x$  representa o vetor de estados e  $F$  a força aplicada sobre mola helicoidal que tem dez espiras ativas, 100mm de comprimento, em esquadro, com diâmetro do arame de 3,0mm e diâmetro externo de 30,0mm, fabricada em aço – SAR 1065 e com capacidade de carga máxima de 281N. No projeto dos controladores nas seções seguintes serão consideradas como especificações de desempenho: tempo de acomodação  $t_f = 0,25s$ , erro em regime estacionário não superior a 2% do valor final, sobre sinal de 5% e variável de controle  $u(t) \leq 10V_{cc}$ , para referências tipo rampas, seguidas de degraus, com amplitudes máximas:  $F_f = 150N$ ; 125N e 100N.

### 3.Projeto dos Controladores LQG e $H^\infty$

#### 3.1 Projeto do controlador LQG

Os controladores aqui projetados atuam em sistema de malha fechada com um grau de liberdade. A Figura (2) mostra o diagrama de blocos, onde  $G_c(s)$  representa o controlador e  $G_p(s)$  o atuador.  $R(s)$  corresponde a referência,  $E(s)$  é o erro entre a referência e a força  $F(s)$  aplicada pelo atuador  $G_p(s)$  sobre a mola  $M$ ,  $U(s)$  é o sinal de tensão elétrica para acionar a servoválvula, denominada de variável de controle.



Figura 2 – Diagrama de blocos do sistema de controle de força em malha fechada.

O projeto de um controlador LQG é um problema de controle ótimo e na sua estrutura existe uma matriz de ganho de realimentação de estados  $K_r$ , e uma matriz de ganho,  $K_o$ , denominada de observador de estados. A estrutura de um controlador LQG é como mostrada na Fig. (3), cuja função de transferência é definida pela Eq.(3). A matriz de ganho de realimentação de estado é igual a:  $K_r = R^{-1}B^tP$ , onde  $P$  é a única solução simétrica definida positiva da equação algébrica de Riccati, definida na Eq. (4). A matriz  $Q$  de ponderação de estados deve ser positiva semidefinida e a matriz  $R$  de ponderação da variável de controle  $U$  e deve ser positiva definida (Cruz,1996), (Oliveira,, 2002)

$$G_c(s) = K_r(sI - A - BK_r + K_oC)^{-1}K_o \quad (3)$$

$$PA - A^tP - Q^tQ + PBR^{-1}B^tP = 0 \quad (4)$$

No projeto do observador considera-se que tanto os estados quanto a saída são contaminados com ruídos, conforme as Eq's.(5.1 e 5.2). O processo é considerado estocástico e o ruído de estado  $\xi$  e ruído de medida  $v$  são brancos gaussianos, com médias nulas e covariâncias positivas definidas, ou seja:  $E(\xi) = 0$ ;  $E(v) = 0$ ;  $E[\xi\xi^t] = \Xi\delta(t - \tau)$  e  $E[vv^t] = \Theta\delta(t - \tau)$ . A matriz  $L$  é uma matriz de ponderação de ruído de estados (Lewis et al, 1995). A matriz de ganho do observador de estados é igual a:  $K_o = ZC^t\Theta^{-1}$ , onde  $Z$  é a única solução simétrica definida positiva da equação algébrica de Riccati, definida na Eq.(6).

$$\dot{\hat{x}} = Ax + Bu + L\xi \quad (5.1)$$

$$F = Cx + Du + v \quad (5.2)$$

$$-AZ - ZA^t - L\Xi\Xi^t + ZC^t\Theta^{-1}CZ = 0 \quad (6)$$

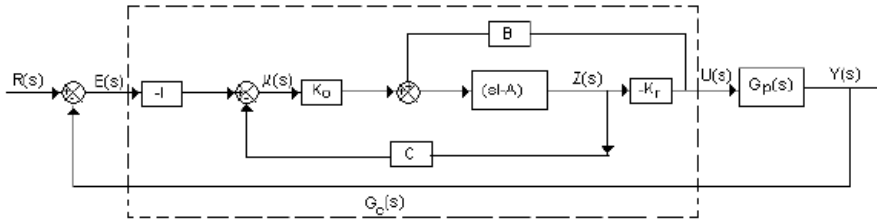
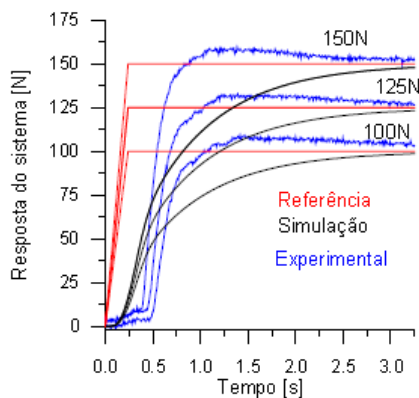


Figura 3 - Estrutura do controlador LQG num sistema de malha fechada com um grau de liberdade

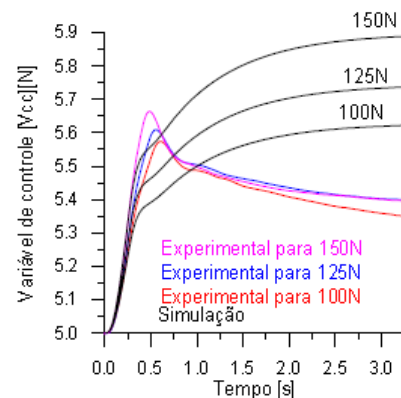
Quando um sistema não possui integrador, como o sistema da Eq. (1), no projeto do controlador LQG deve ser adotado os seguintes procedimentos: 1) incorpora-se um integrador na função de transferência de  $G_p(s)$ , e determina-se sua representação na forma de espaço de estados na forma:  $\dot{x}(t) = A_{ix}(t) + B_{iu}(t)$  e  $y(t) = C_{ix}(t) + D_{iu}(t)$ ; 2) a partir desta planta aumentada determinam-se os ganhos de realimentação e do observador de estado e a função de transferência preliminar do controlador; através da Eq.(3); 3) para obter resultados com simulação, remove-se o integrador da planta aumentada e o incorpora no controlador obtido no passo 2. Para  $R = [1]$ ;  $Q = 10 \times C_t$  e  $x C_i$ ;  $L = 0,5 \times B_i$ ;  $\Theta = [0.1]$  e  $\Xi = [0.1]$ , obtiveram-se os melhores resultados simulados e experimentais. A função do controlador LQG no domínio de Laplace é conforme a Eq. (7). A Figura (4.a) mostra as respostas do sistema sob a ação do controlador LQG, obtidas com simulações e experimentos. A referência  $R(t)$  é descrita na Eq.(8), para amplitudes finais:  $F_f = 150\text{N}$ ;  $125\text{N}$  e  $100\text{N}$  e tempo final para atingir as amplitudes finais;  $t_f = 0,25\text{s}$ . A Figura (4.b) mostra o comportamento da variável de controle correspondente aos resultados da Fig.(4.a).

$$G_c(s) = \frac{10,88s^3 + 338,97s^2 + 19020,16s + 74909,05}{s^5 + 44,12s^4 + 2238,79s^3 + 32174,49s^2 + 229896,18s + 229,86} \quad (7)$$

$$R(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_f} \times F_f; & \text{para } t \leq t_f \\ F_f; & \text{para } t > t_f \end{cases} \quad (8)$$



(4.a)



(4.b)

Figura 4 – (a) -Respostas do sistema sob a ação do controlador LQG, (b) - Variáveis de controle

### 3.2 Projeto do controlador $H_{inf}$

A Figura (5) mostra o diagrama de blocos utilizado no projeto de controle  $H_{inf}$ . O vetor  $w$  é um vetor cujas componentes são as entradas exógenas. O vetor  $z$  tem como componentes as saídas reguladas. Neste diagrama  $P$  não representa o sistema que se pretende controlar, mas a sua estrutura contém a dinâmica do sistema. A função de transferência entre a saída regulada  $z$  e as entradas exógenas  $w$  é determinada da seguinte forma:  $T_{zw} = P_{zw} + G_c (I - P_{yu}G_c)^{-1} P_{yw}$ . Em espaço de estado, o sistema a ser controlado, sob as ações das entradas exógenas e da variável de controle  $u$  pode ser escrito conforme as Eq's(9) e a matriz  $P$  conforme a Eq.(10).

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \tag{9.1}$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \tag{9.2}$$

$$y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \tag{9.3}$$

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \tag{10}$$

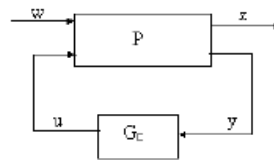


Figura 5 – Diagrama de blocos para o controle  $H_{inf}$

Seja  $G(s) = [A_G \ B_G, C_G \ D_G]$  a matriz de funções transferência do modelo onde  $D_G$  representa a parte de transmissão direta da entrada  $u$  para a saída  $y$ . Para o sistema dinâmico em malha fechada, com realimentação de estado, pode-se considerar  $D_G=0$ . Normalmente utilizam-se funções de ponderações para as saídas reguladas tais como  $u_1$  e  $v$ , mostradas no diagrama de blocos da Fig. (6). De forma similar, as funções de transferências das funções de ponderações  $W_1$  e  $W_u$  são:  $W_1(s) = [A_{w1} \ B_{w1}, C_{w1} \ D_{w1}]$  e  $W_u(s) = [A_{wu} \ B_{wu}, C_{wu} \ D_{wu}]$ . Os vetores de saída são  $z = \{v \ u_1\}$  e o erro de acompanhamento de trajetória  $E(s)$ . O vetor  $w$  tem como componentes o distúrbio  $d$ , o ruído  $n$  e a referência  $r$ , ou seja:  $w = \{d, n, r\}$ . Considerando um vetor de estados igual a:  $x = \{x_G; x_{w1}; x_{wu}\}$ , as Eq's. (10) podem ser escritas de forma compacta da Eq.(11).

$$\dot{x} = Px \tag{11}$$

As componentes da matriz  $P$ ,  $A$ ;  $B_1$ ,  $B_2$ ;  $C_1$ ,  $C_2$ ;  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ;  $D_{21}$  e  $D_{22}$ , para a representação no espaço de estado são:

$$A = \begin{bmatrix} A_G & 0 & 0 \\ B_{w1}C_G & A_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & A_{w2} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{w1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_G \\ B_{w1}D_G \\ B_{w2} \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} D_{w1}C_G & C_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & C_{w2} \end{bmatrix}, \quad C_2 = [-C_G \quad 0 \quad 0]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} D_{w1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} D_{w1}D_G \\ D_{w2} \end{bmatrix}, \quad D_{21} = [-I] \quad \text{e} \quad D_{22} = [-D_G]$$

Para  $z$  não depender de  $w$  deve-se ter  $D_{w1}=0$ , logo  $D_{11}=0$ . Se  $D_{11}$  for igual a zero as equações para a solução do problema do projeto do controlador Hinf, (Castro, 2006) são simplificadas.

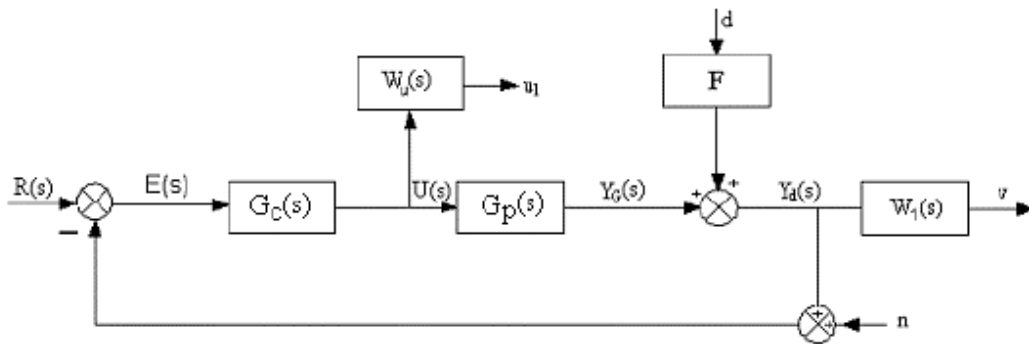


Figura 6 – Diagrama de blocos mostrado as saídas reguladas  $u_1$  e  $v$ .

O problema de controle Hinf consiste em determinar um controlador  $G_c(s)$  para a planta  $P(s)$  tal que o sistema não apresente instabilidade interna. Existem dois tipos de formulações, um problema padrão e outro de controle ótimo. No problema padrão determina-se  $G_c(s)$  de forma que a norma da função de transferência  $T_{zw}$  seja menor que um valor escalar  $\gamma$ . No problema ótimo determina-se  $G_c(s)$  através da minimização da norma de  $T_{zw}$ . O problema padrão é mais prático, porém uma solução matematicamente ótima pode não ser tão satisfatório quanto a desejável. Considerando-se que  $\dim(x) = n$ ;  $\dim(w) = m_1$ ;  $\dim(u) = m_2$ ;  $\dim(z) = p_1$  e  $\dim(y) = p_2$ , onde  $\dim(*)$  representa a dimensão de um vetor, para que o problema tenha solução, as seguintes hipóteses devem ser satisfeitas:

- O posto de  $\begin{bmatrix} (A - j\omega I) & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$  para todas as frequências
- O posto de  $\begin{bmatrix} (A - j\omega I) & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$  para todas as frequências

c) O par  $(A, B_2)$  é estabilizável e  $(C_2, A)$  detectável. Esta hipótese é necessária para garantir a existência de um controlador estabilize o sistema d) O posto (rank) de  $D_{12} = m_2$  e de  $D_{21} = p_2$ . Esta condição é necessária para assegurar que a função de transferência do controlador é própria. Isto também implica que a função de transferência de  $w$  para  $y$  não se anula em alta frequência. Ao contrário a primeira suposição que é normalmente satisfeita, esta suposição freqüentemente é violada (por exemplo se a planta original é estritamente própria) a menos que o problema seja formulado tal que esta condição está satisfeita. e)  $D_{11} = D_{22} = 0$ . Esta não é necessária, mas pode simplificar as equações para a solução do problema A solução do problema de controle Hinf é bem similar ao do LQG. Ambos usam estimadores e realimentação de estados estimados. Os ganhos do regulador e do observador são determinados a partir das equações algébricas de Riccati. A diferença existe apenas nos coeficientes das equações de Riccati e nos termos extras que aparecem no estimador. Neste caso  $K_c$  corresponde ao ganho do regulador  $K$  e  $Z_\infty K_e$  corresponde ao ganho do observador  $L$  do projeto LQG. A formulação do problema é como segue (Skogestad et al, 1996; Zhou et al, 1998).

$$u = -K_c \hat{x} \quad (12)$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_2 u + B_1 \hat{w} + Z_\infty K_e (y - \hat{y}) \quad (13)$$

$$\text{onde } \hat{w} = \gamma^{-2} B_1^T X_\infty \hat{x} \quad \text{e} \quad \hat{y} = C_2 \hat{x} + \gamma^{-2} D_{21} B_1^T X_\infty \hat{x}$$

A função de transferência do controlador pode ser escrita numa forma compacta como mostrada na Eq.(14).

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} A - B_2 K_c - Z_\infty K_e C_2 + \gamma^{-2} (B_1 B_1^T - Z_\infty K_e D_{21} B_1^T) X_\infty & Z_\infty K_e \\ -K_c & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

O termo extra  $\hat{w}$  é uma estimativa do pior caso de entrada de distúrbio no sistema, e  $\hat{y}$  é a saída do estimador. O ganho do regulador  $K_c$  e o ganho do estimador  $K_e$  são dados por:

$$K_c = \bar{D}_{12} (B_2^T X_\infty + D_{12}^T C_1) \quad \text{onde } \bar{D}_{12} = (D_{12}^T D_{12})^{-1} \quad (15.1)$$

$$K_e = (Y_\infty C_2^T + B_1 D_{21}^T) \bar{D}_{21} \quad \text{onde } \bar{D}_{21} = (D_{21} D_{21}^T)^{-1} \quad (15.2)$$

O termo  $Z_\infty$  é determinado através da Eq. (16).

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (16)$$

Os termos  $X_\infty$  e  $Y_\infty$  são soluções das equações de Riccati, isto é:

$$X_\infty = \text{Ric} \begin{bmatrix} (A - B_2 \bar{D}_{12} D_{12}^T C_1) & (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 \bar{D}_{12} B_2^T) \\ -(\bar{C}_1^T \bar{C}_1) & -(A - B_2 \bar{D}_{12} D_{12}^T C_1)^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$Y_\infty = \text{Ric} \begin{bmatrix} (A - B_1 D_{21}^T \bar{D}_{21} C_2)^T & (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T \bar{D}_{21} C_2) \\ -(\bar{B}_1 \bar{B}_1^T) & -(A - B_1 D_{21}^T \bar{D}_{21} C_2) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{onde } \bar{C}_1 = (I - D_{12} \bar{D}_{12} D_{12}^T) C_1 \quad \text{e} \quad \bar{B}_1 = B_1 (I - D_{21}^T \bar{D}_{21} D_{21})$$



$$\text{onde } \bar{C}_1 = (I - D_{12} \bar{D}_{12} D_{12}^T) C_1 \quad \text{e } \bar{B}_1 = B_1 (I - D_{21}^T \bar{D}_{21} D_{21})$$

Finalmente deve-se provar que se as soluções das equações algébricas de Riccati são positivas semi definidas e que o raio espectral do produto destas soluções deve atender a seguinte condição:

$$\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2 \quad (19)$$

No projeto do controlador  $H_{inf}$  para o controle de força atender aos critérios de projeto citados na seção 2, adotou-se os mesmos procedimentos utilizados no projeto do controlador LQG, incorporando-se na planta um integrador. Considerando-se  $W_u = 0,1$ ;  $F = 0,0$ ;  $W_1 = 1,0$  e o raio espectral  $\gamma = 2,5$ , obtiveram-se os melhores resultados simulados e experimentais. A matriz P resultante da função de transferência  $G_p(s)$ , na forma de estado com um integrador incorporado e das ponderações acima citadas é conforme a Eq.(20).

$$P = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -30,45 & -1729,047 & -5741,77 & -5,74 \\ 1,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 1,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 1,00 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0,00 & 0,96 & 371,45 & 47394,25 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -0,96 & -371,45 & -47394,25 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -1,00 & 1,00 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,10 \\ 0,00 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (20)$$

A função de transferência do controlador  $H_{inf}$  é definida pela Eq.(21).

$$G_c(s) = \frac{67,36s^3 + 2112,60s^2 + 118355,56s + 502230,64}{s^5 + 58,39s^4 + 2962,79s^3 + 66444,73s^2 + 770985,19s + 770,92} \quad (21)$$

A Figura (7.a) mostra as referências definidas na Eq. (8), as respostas do sistema, sob a ação do controlador  $H_{inf}$ , obtidas com simulações e com experimentos, para posições finais de referência de 150N; 125 N e 100N. A Figura (7.b) mostra o comportamento da variável de controle correspondente aos resultados da Fig.(7.a). A Figura (9.a) mostra as respostas do sistema, para a entrada de referência utilizadas neste trabalho, sob as ações dos controladores LQG e  $H_{inf}$  obtidas experimentalmente. Apesar das variáveis de controle, mostradas na Fig. (9.b), para o sistema sob a ação do controlador  $H_{inf}$ , ser de níveis mais elevados que as do sistema sob a ação do controlador LQG, as respostas do sistema sob a ação do controlador  $H_{inf}$  foram mais robustas que o mesmo sob a ação do controlador LQG.

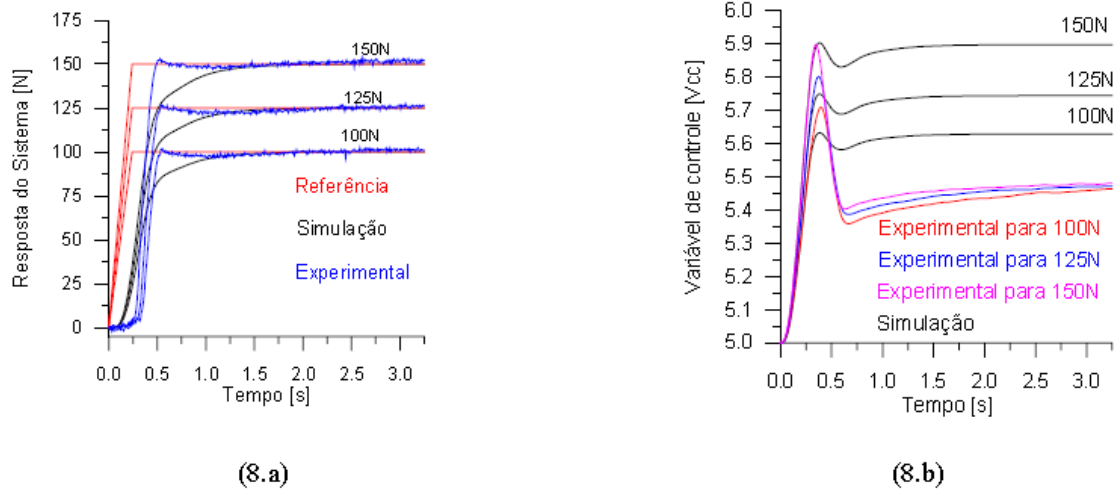


Figura 8 – (a) -Respostas do sistema sob a ação do controlador  $H_{inf}$ , (b) - Variáveis de controle.

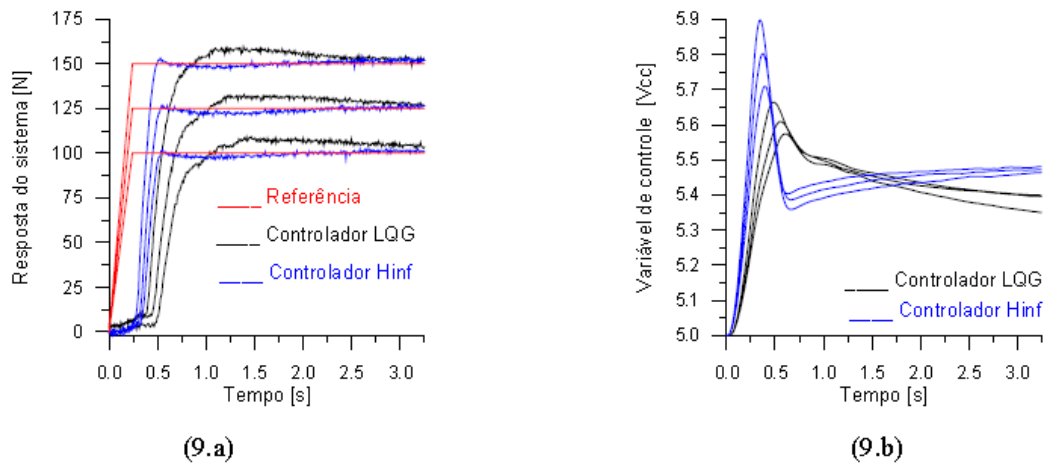


Figura – 9 – Respostas experimentais do sistema sob as ações dos controladores LQG e  $H_{inf}$ , (b) - Variáveis de controle.

## 5. Conclusões

Os resultados experimentais apresentados demonstram que o sistema sob a ação do controlador  $H_{inf}$  é mais robusto que sob a ação do controlador LQG, por não apresentar sobre sinal, ter menor tempo de subida e de acomodação e menor erro em estado estacionário, para as referências propostas neste trabalho. Os erros entre as referências e as respostas experimentais ocorrem devido as forças de atrito existentes entre o êmbolo do pistão e a superfície interna do cilindro e entre a haste e as guias da mesma e até nos elementos mecânicos constituintes da válvula eletropneumática, normalmente apresentados em sistema pneumáticos. Além do mais a compressibilidade do ar é um dos fatores que contribui para não linearidade do sistema e erros de modelagem sempre estão presentes. Porém o sistema sob a ação do controlador  $H_{inf}$  demonstrou ser mais insensível a esta não linearidade, como pode ser observado nos resultados simulados e experimentais, onde o comportamento da variável de controle e a resposta do sistema foram mais fiéis às especificações de projeto.

## Referências

- Castro, A. C. “ Projeto de Controladores Robustos Descentralizados de Ordem Reduzida para Amortecimento de Oscilações em Sistemas Elétricos de Potência”. Tese de Doutorado, UFPB, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, 2006).
- Cruz, J. J. 1996, “ Controle Robusto Multivariável”, Ed. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Graic, J. J., " Introduction to Robotics, Mechanical & Control", Addison – Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-10326-5, USA ,1988).

Lewis, F. L.; Syrmos V. L. Optimal Control. New York .Ed. . John Wiley & Sons, Inc.,1995.Oliveira, B. S., Riul, J. A., Montenegro, P. H. de M., Silva, E. C. M., 2004, "Controle Robusto Hinf para um sistema eletropneumático", CONEM 2004, Belém - Pará, Brasil.

Oliveira, B. S., 2002, "Avaliação de Desempenho de um Posicionador Pneumático Sob a ação de um Controlador LQG", Tese de Doutorado, UFPB, Paraíba, Brasil.

Shahian, B., and Hassul, M.,1993, "Control System Design Using Matlab", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Skogestad, S., and Postlethwait, I.,1996, "Multivariable Feedback Control Analysis and Design", New York. John Wiley & Sons, Inc.

Valer, C. E. I., " Controle de Impacto em Manipuladores Robóticos" , Tese de Doutorado, DEM, Puc do Rio, 2004.

Zhou, K.; Doyle, J. C., " Essentials of Robust Control". USA. Prentice Hall, 1998.

## **6. Direitos Autorais**

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.