

TÉCNICAS DE CONTROLE MODERNO APLICADAS EM UMA MESA DE COORDENADAS

Luiz Gomes Duarte Neto¹
Benedito Santana de Oliveira²

José Antônio Riul³

Paulo Henrique de Miranda Montenegro⁴

luizgdn2006@yahoo.com.br

bene@ct.ufpb.br

riul@ct.ufpb.br

paulo@ct.ufpb.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal da Paraíba - Centro de Tecnologia

Resumo: As mesas de coordenadas XY ou XYZ são bastante utilizadas em tarefas de posicionamento de peças a serem usinadas, medidas, ou no posicionamento de ferramentas para tarefas de usinagem, pintura, soldagem, etc. Basicamente existem duas classes de mesas de coordenadas, as acionadas por motor de passo que em sua maioria trabalham sem realimentação, e as acionadas por motor de corrente contínua ou de indução que trabalham com realimentação. A execução de uma operação de medição ou de usinagem com mesas de coordenadas exige que o erro de posicionamento seja o mínimo possível, de preferência nulo, para garantir bons resultados. Este trabalho tem como objetivo o projeto de controladores LQG (Linear Quadrático Gaussiano) e Proporcional Derivativo usando técnicas de controle robusto, para uma mesa de coordenadas XY. Resultados simulados são apresentados visando avaliar o desempenho da mesa de coordenadas sob as ações dos controladores. Palavras-chaves. Mesa de coordenadas, controlador LQG, Controlador PD robusto.

MODERN CONTROL TECHNIQUES APPLIED IN A COORDINATE TABLE

Abstract: The XY or XYZ coordinate tables are used a lot in tasks for the positioning of parts which are going to be produced, measured or for the positioning of tools for production, painting and welding tasks, etc. Basically there are two classes of coordinate tables: the ones that are activated by a pass engine, mostly working without realimentation, and those activated by a continuous current engine or by induction engine that works in a closed-loop system. The accomplishment of a measuring and production procedure with coordinate tables requires the positioning error to be the least possible, preferably not to have any errors at all, in order to guarantee good results. This work has as objective the project of LQG and ProportionalDerivative controls using robust control techniques for an XY coordinate tables. Simulated results are presented aiming to rate the performance of the coordinate tables under the action of the controllers. Keywords: Coordinate table, LQG control, Robust PD control

1. Introdução

As máquinas de medir por coordenadas, MMC's, absorveram a evolução dos sistemas desenvolvidos nas áreas da mecânica, elétrica, eletrônica e informática. Elas são utilizadas nos processos de fabricação como ferramenta essencial para garantia da qualidade, e o uso das mesmas abrange basicamente três áreas distintas: medição de produtos convencionais, medição de produtos com geometria complexa e na calibração de padrões Salsbury (2000). Devido à complexidade dos sistemas mecânicos, elétricos, ópticos e eletrônicos envolvidos no seu funcionamento, as MMC's são sistemas de medição que apresentam razoável complexidade. Mesmo tendo-se conhecimento e entendimento aprofundados das principais fontes de erros das MMC's, ainda não existe uma metodologia internacionalmente aceita capaz de fazer avaliação de todos os erros, em cada grau de liberdade de movimento nas posições possíveis, dentro do volume de trabalho da máquina, com eficiência operacional. Rolim (2002). É fundamental supervisionar e calibrar, regularmente, os sistemas de medição que são usados para garantir que a medição e os resultados de ensaios são dignos de confiança. Várias empresas, especialmente as de produção de automóveis, aviões, máquinas ferramentas e indústrias elétricas e eletrônicas, exigem dos seus fornecedores um controle dos sistemas de medição, o que garante uma boa rastreabilidade destes nos padrões nacionais e internacionais, obtendo-se desta forma garantia na qualidade das peças fabricadas Braga (2006). O avanço da ciência e da tecnologia exige atualmente que diversos sistemas sejam projetados para que tenham qualidades de desempenho e de estabilidade na execução de tarefas, de forma que os critérios de projeto previamente definidos sejam atendidos satisfatoriamente, Oliveira (2002). Qualquer sistema que tenha as qualidades acima citadas são denominados de sistemas robustos. O controle automático de sistemas tem desempenhado um papel importante no projeto de sistemas com características robustas, tais como veículos espaciais, robôs, máquinas ferramentas de controle numérico e muitos outros sistemas utilizados nos diversos campos industriais. Desta forma, o controle automático tem se tornado de grande importância e parte integrante dos modernos processos industriais de produção, Ogata (2003). Este trabalho tem por objetivo projetar controladores para uma mesa de coordenadas XY, visando o acompanhamento de uma trajetória circular e de uma trajetória polinomial, representada por um polinômio de terceiro grau, de forma que o sistema apresente robustez satisfatória com relação as trajetórias selecionadas. Duas técnicas de projeto foram escolhidas: a técnica de projeto LQG (Linear Quadrático Guaiaco), cujo projeto é um problema de otimização e a técnica de projeto de um controlador Proporcional Derivativo robusto, baseada no índice de desempenho ITAE. Os projetos desses controladores foram feitos com base nos modelos matemáticos de cada base que compõe a mesa de coordenadas, descritos na seção 2. Os procedimentos de projeto dos controladores LQG e PD robustos são apresentados nas seções 3 e 4, respectivamente. Os resultados obtidos com simulações serão apresentados.

2. Descrição e Modelo Matemático do Sistema

A mesa de coordenadas XY é composta de uma base superior e outra inferior, e foram consideradas que trabalham de forma desacopladas, cujas funções de transferências foram obtidas por técnica de identificação paramétrica, e definidas pela Eq.(1) e Eq.(2), respectivamente, em trabalhos experimentais. A variável de controle para cada base representa o nível de tensão elétrica aplicada em cada motor, responsáveis pelo acionamento das mesmas. Nestes motores a tensão varia de ± 12 v. Este nível de tensão foi obtido por amplificação do sinal da placa de aquisição de dados que pode ser de $\pm 2,5$ V. A posição de cada base é determinada por meio de sensores óticos localizados nas extremidades dos fusos, e depende do valor do sinal de tensão elétrica emitida pelo sensor quando as bases se deslocam, Braga (2006). Neste trabalho o autor obteve seus resultados controlando os níveis de tensão nos motores e os deslocamentos das bases. A Tabela (1) mostra a equivalência entre os deslocamentos de cada base em valores computacionais e em milímetros. Em termos computacionais a variável de controle varia de ± 1000 o que corresponde a uma variação na saída placa de aquisição de dados de $\pm 2,5$ V. Para fins de comparação, todos os projetos de controladores apresentados neste trabalho foram obtidos em termos computacionais.

Posteriormente as respostas dos deslocamentos das bases, em valores computacionais, foram transformadas em milímetros, e as variáveis de controle, em valores computacionais, foram transformadas em valor de tensão elétrica, conforme Braga (2006) procedeu na obtenção dos seus resultados.

$$G_{p\text{sup}}(s) = \frac{24,44}{s^3 + 64,18s^2 + 863s} \quad (1)$$

$$G_{p\text{inf}}(s) = \frac{77,8}{s^3 + 125,3s^2 + 3665s} \quad (2)$$

Tabela 1. Relação entre valores computacionais e parâmetros das bases

Base	Valores Computacionais	Deslocamento(mm)
Superior	2000	155
Inferior	2000	191

3. Projeto de Controladores LQG Para as Bases Inferior e Superior da Mesa de Coordenadas

O projeto LQG é um problema de controle ótimo. A estrutura do controlador, em malha fechada com um grau de liberdade, contém um regulador e um observador de estados, como mostrado na Fig.(1). A vantagem de utilizar um observador é que nem sempre todos os estados estão disponíveis, pois alguns pode não ter significado físico ou se tem, são difíceis de serem medidos Cruz (1996). A matriz de ganho de realimentação de estado, do regulador, é igual a: $K = R^{-1}B^T P$, onde P é a única solução simétrica definida positiva da equação algébrica de Riccati, definida na Eq. (3). Nesta equação a matriz Q , de ponderação de estados, deve ser positiva semidefinida e a matriz R , de ponderação da variável de controle U , deve ser positiva definida.

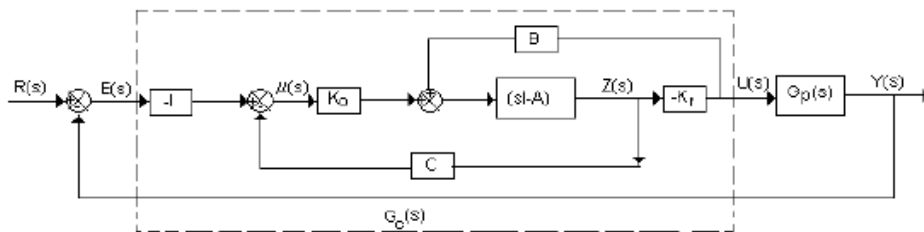


Figura 1. Estrutura do controlador LQG num sistema de malha fechada com um grau de liberdade

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (3)$$

No projeto do observador considera-se que tanto os estados quanto a saída são contaminados com ruídos, conforme as Eq's. (4 e 5). O processo é considerado estocástico e o ruído de estado ξ e de medida v são brancos gaussianos, com médias nulas e covariâncias positivas definidas, ou seja: $E(\xi) = 0; E(v) = 0; E[\xi\xi^t] = \Xi\delta(t - \tau)$ e $E[vv^t] = \Theta\delta(t - \tau)$. A matriz G é uma matriz de ponderação de ruído de estados. A matriz de ganho do observador de estados é igual a: $L = ZC^t\Theta^{-1}$, onde Z é a única solução simétrica definida positiva da equação algébrica de Riccati, definida na Eq. (6) (Lewis, 1995; Oliveira, 2004).

$$\dot{x} = Ax + Bu + G\xi \quad (4)$$

$$F = Cx + Du + v \quad (5)$$

$$-AZ - ZA^t - G\Xi\Xi^t + ZC^t\Theta^{-1}CZ = 0 \quad (6)$$

A função de transferência do controlador LQG para o diagrama de blocos da Fig.(1) é conforme a Eq. (7).

$$G_c(s) = K_f(sI - A - BK_f + K_oC)^{-1}K_o \quad (7)$$

Um sistema de controle com retroação é robusto quando apresenta bom desempenho e estabilidade. As características de desempenho são avaliadas com relação a capacidade do sistema acompanhar trajetórias como menor erro; ter boa rejeição a distúrbio e atenuação de ruídos de medidas; ter insensibilidade a variações na dinâmica do sistema. As características de estabilidade são avaliadas quanto a capacidade do sistema manter as suas qualidades de bom desempenho mesmo na presença de incertezas do modelo e operar em condições não previstas Cruz (1996). Estas propriedades são chamadas de robustez. É preciso fixar especificações para se obter o sistema de retroação desejado Shahian (1993). Sendo o erro de trajetória do sistema da Fig. (1) definido pela Eq. (7), para um bom acompanhamento de trajetória $R(s)$, o mesmo deve ser nulo na faixa de frequência onde $R(s)$ é mais significativa. Isto implica que no diagrama de Bode do sistema em malha aberta, um bom acompanhamento de trajetória ocorre na faixa de frequência abaixo da frequência de corte de ganho, onde o módulo de $G_c(s) \cdot G_p(s) \gg 1$ Zhou et al (1998).

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)} R(s) \quad (8)$$

Os controladores LQG para as bases superior e inferior foram projetados, na primeira etapa, para o acompanhamento de uma trajetória circular, com o mínimo de erro possível, com centro do círculo em x_c e y_c em 70 mm e raios r de 23 mm e 70 mm. Neste caso a base inferior descreve uma trajetória do tipo seno e a superior uma do tipo cosseno, conforme as Eq's. (9 e 10).

$$x(t) = x_c + r\cos(\omega t) \quad (9)$$

$$y(t) = y_c + r\sin(\omega t) \quad (10)$$

A escolha da frequência ω é com base em respostas obtidas com simulações, e do diagrama de Bode das bases inferior e superior, sendo $\omega \ll \omega_{cg| \min}$, onde $\omega_{cg| \min}$ corresponde a menor frequência de corte ganho entre as duas bases, de forma que o erro de acompanhamento de trajetória seja o mínimo possível.

No projeto do controlador LQG o observador de estados foi considerado de ordem plena Utilizando-se o programa computacional Matlab, os melhores resultados foram obtidos com as seguintes matrizes de penalização. $R=[10e-4]$; $Q=1000C^t * C$; $R_o=[0,01]$; $Q_o=[10000]$ para ambas as bases e $\omega = 0,0079\text{rad/s}$ muito abaixo de $\omega_{cg| \min} = 8,2677 \text{ rad/s}$, conforme resultados no domínio da frequência apresentados na Tab. (2). As funções de transferência dos controladores LQG, para as bases inferior e superior, são definidas pela Eq's. (11 e 12).

$$G_{c_{inf}}(s) = \frac{2,074 * 10^4 s^2 + 2,62 * 10^6 s + 7,78 * 10^7}{s^3 + 159,7s^2 + 8564s + 1,977 * 10^5} \quad (11)$$

$$G_{c_{sup}}(s) = \frac{2,566 * 10^4 s^2 + 1,696 * 10^6 s + 2,444 * 10^7}{s^3 + 100,2s^2 + 3827s + 7,555 * 10^4} \quad (12)$$

Para avaliar a robustez do sistema de mesa de coordenadas ,com relação ao acompanhamento de trajetórias, sob as ações dos controladores LQG projetados, uma trajetória polinomial, representada por um polinômio de terceira ordem, foi escolhida, sendo esta trajetória obtida pelos movimentos combinados das bases superior e inferior. A base superior descreve uma trajetória do tipo rampa, em função do tempo t, conforme Eq. (13).

Tabela 2. Análise no domínio da frequência das bases inferior e superior, sob a ação do controlador LQG, em malha aberta.

Base	Margem de ganho (db)	Margem de fase (°)	Frequência de corte de ganho (rad/s)	Frequência de corte de Fase (rad/s)
Inferior	5,4747	69,0626	8,2677	34,8738
Superior	3,4309	61,127	9,0204	26,5967

$$x(t) = \frac{x_f}{t_f} t \quad (13)$$

onde x_f e t_f correspondem a posição final e ao tempo final respectivamente.

A base inferior descreve uma trajetória polinomial, representada por um polinômio de terceiro grau, em função do tempo definido pela Eq. (14) (Craig, 1986; Braga, 2006), com as seguintes condições inicial e final: $y(0) = 0$; $\dot{y}(0) = 0$; $y(t_f) = y_f$ e $\dot{y}(t_f) = 0$.

$$y(t) = p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + p_3 t^3 \quad (14)$$

Para as condições acima citadas, determina-se: $p_0 = 0$; $p_1 = 0$; $p_2 = 3y_f/t_f^2$ e $p_3 = -2y_f/t_f^3$, sendo y_f a posição final da base inferior, e o polinômio é descrito conforme a Eq. (15).

$$y(t) = \left(\frac{3y_f}{t_f^2} \right) t^2 - \left(\frac{2y_f}{t_f^3} \right) t^3 \quad (15)$$

A Figura (2) mostra os resultados obtidos com simulações no acompanhamento das trajetórias circular. Nas Figuras (3.a e 3.b) mostra-se detalhes A e B, da Fig. (2), para melhor visualização dos erros de acompanhamento dessas trajetórias. A Figura (4.a) mostra o resultado obtido com simulação para o acompanhamento da trajetória polinomial e na Fig. (4.b) detalhe A, da Fig. (4.a) para melhor visualização do erro de acompanhamento desta trajetória.

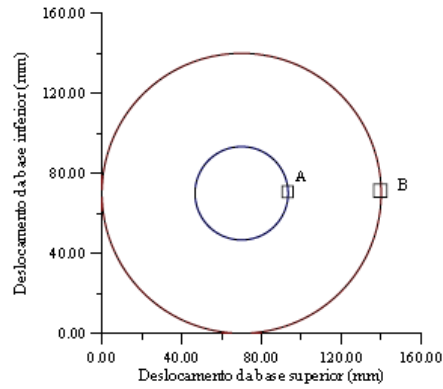


Figura 2. Trajetórias circulares descritas pela mesa de coordenadas XY sob a ação de controladores LQG

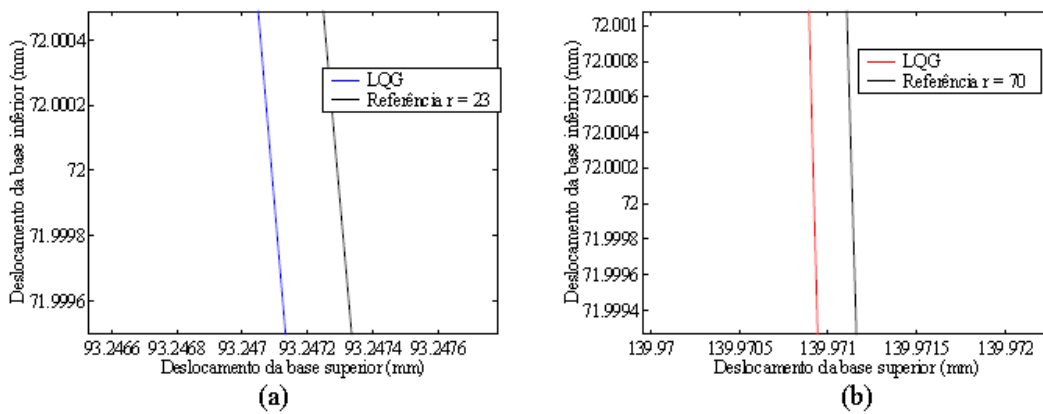


Figura 3 – Detalhes A e B das trajetórias circular da Fig. (2).

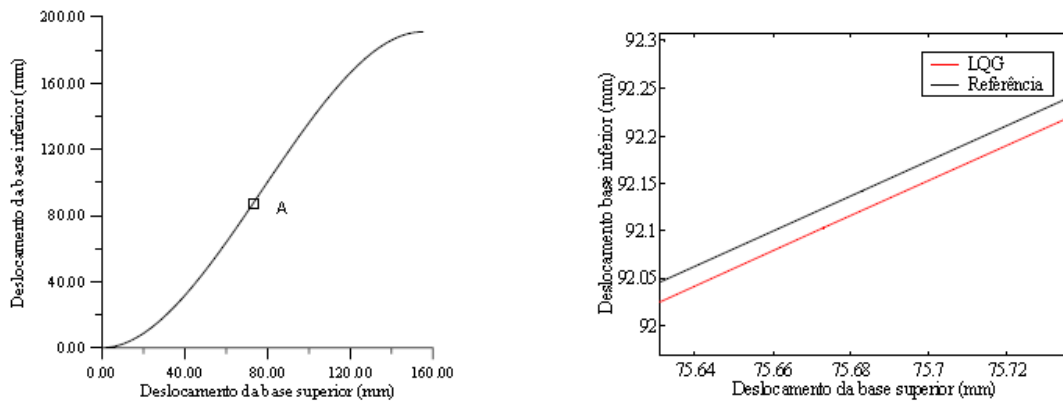


Figura 4. (a) Trajetória polinomial descrita pela mesa de coordenadas XY sob a ação de controladores LQG; (b) Detalhe "A" da trajetória polinomial da Fig. (4.a)

4. Projeto do Controlador PD Robusto

Esta técnica de projeto é considerada uma técnica de controle robusto, uma vez que a mesma garante resultados ótimos, por utilizar o índice de desempenho baseado na Integral do Tempo multiplicado pelo Erro Absoluto, denominado de ITAE. Esta metodologia de projeto normalmente requer a utilização de uma função de transferência denominada de pré filtro, $G_F(s)$, como mostra a Fig. (3). Os parâmetros do controlador $G_c(s)$ e de $G_F(s)$ são determinados de forma que a função de transferência de malha fechada tenha polinômio característico similar ao recomendado por este critério. No projeto do controlador PD robusto considerou-se que o sistema, sob sua ação do mesmo, deve ter bom desempenho com relação ao acompanhamento de trajetória do tipo rampa. Isto implica que o numerador, da função de transferência de malha fechada, seja um polinômio no mínimo de primeiro grau, e seus coeficientes sejam iguais aos coeficientes de mesma ordem do polinômio do denominador (D'azzo, 1978; Dorf, 1998). Para um sistema de terceira ordem, tal como o definido pela Eq. (22) e sob ação de um controlador PD, dado pela Eq. (23), onde K_p o ganho proporcional e K_d o ganho derivativo da função de transferência da planta de $G_c(s)$, as funções de transferências de malha aberta e de malha fechada, sem a presença do filtro, são determinadas pela Eq.(24) e Eq. (25).



Figura 5. PD Com Filtro

$$G_P(s) = \frac{K_g}{s^3 + a_1s^2 + a_2s} \quad (22)$$

$$G_c(s) = K_d s + K_p \quad (23)$$

$$G_c(s)G(s) = \frac{K_g K_d s + K_g K_p}{s^3 + a_1s^2 + a_2s} \quad (24)$$

$$T_1(s) = \frac{K_g K_d s + K_g K_p}{s^3 + a_1s^2 + (a_2 + K_g K_d) + K_g K_p} \quad (25)$$

Conforme dito anteriormente, para que um sistema em malha fechada tenha um bom acompanhamento de trajetórias do tipo rampa, a mesma deverá ser expressa na forma da Eq. (26). Comparando-se a Eq. (25) e Eq. (26) verifica-se que há a necessidade da implantação de um filtro $G_F(s)$, tal que o produto deste filtro pela função $T_1(s)$ resulte em uma função da forma da Eq. (27). Isto exige que a função do filtro seja do tipo definido pela Eq. (28).

$$T(s) = \frac{q_1s + q_0}{s^n + q_{n-1}s^{n-1} + \dots + q_2s^2 + q_1s + q_0} \quad (26)$$

$$T_1(s)G_F(s) = \frac{K_g K_d s + K_g K_p}{s^3 + a_1s^2 + K_g K_d s + K_g K_p} \quad (27)$$

$$G_F(s) = \frac{s^3 + a_1s^2 + (a_2 + K_g K_d) + K_g K_p}{s^3 + a_1s^2 + K_g K_d s + K_g K_p} \quad (28)$$

De acordo o critério ITAE, para um acompanhamento de uma trajetória tipo rampa, o polinômio característico da Eq. (27) deve ser igual a:

$$s^3 + 1,75\omega_n s^2 + 3,25\omega_n^2 s + \omega_n^3 \quad (29)$$

onde ω_n a frequência e os ganhos K_p e K_d são determinados como segue:

$$a_1 = 1,75\omega_n \rightarrow \omega_n = \frac{a_1}{1,75} \quad (30)$$

$$K_g K_d = 3,25\omega_n^3 \rightarrow K_d = \frac{3,25\omega_n^3}{K_g} \quad (31)$$

$$K_g K_p = \omega_n^3 \rightarrow K_p = \frac{\omega_n^3}{K_g} \quad (32)$$

Seguindo o procedimento acima, determina-se as funções de transferência do controlador e do filtro para a base superior e inferior.:

$$G_{c/sup}(s) = 25,9363s + 111,4518 \quad (33)$$

$$G_{F/sup}(s) = \frac{s^3 + 64,18s^2 + 1496,8832s + 2723,882}{s^3 + 64,18s^2 + 633,8832s + 2723,882} \quad (34)$$

$$G_{c/inf}(s) = 82,5631s + 1129,3896 \quad (35)$$

$$G_{F/inf}(s) = \frac{s^3 + 125,3s^2 + 10088,4092s + 87866,5109}{s^3 + 125,3s^2 + 6423,4092s + 87866,5109} \quad (36)$$

Na avaliação do desempenho da mesa de coordenadas com relação ao acompanhamento de trajetória, e sob as ações dos controladores PD, utilizou-se a trajetória polinomial definidas pelas Eq's. (13 e 15). A Figura (6.a) mostra a resposta do sistema sob as ações dos controladores PD, com a base superior seguindo a trajetória descrita na Eq. (13) e a base inferior seguindo a trajetória descrita na Eq. (15). A Figura (6.b) mostra o detalhe A mostrado na Fig. (6.a), para visualização do erro de acompanhamento da trajetória.

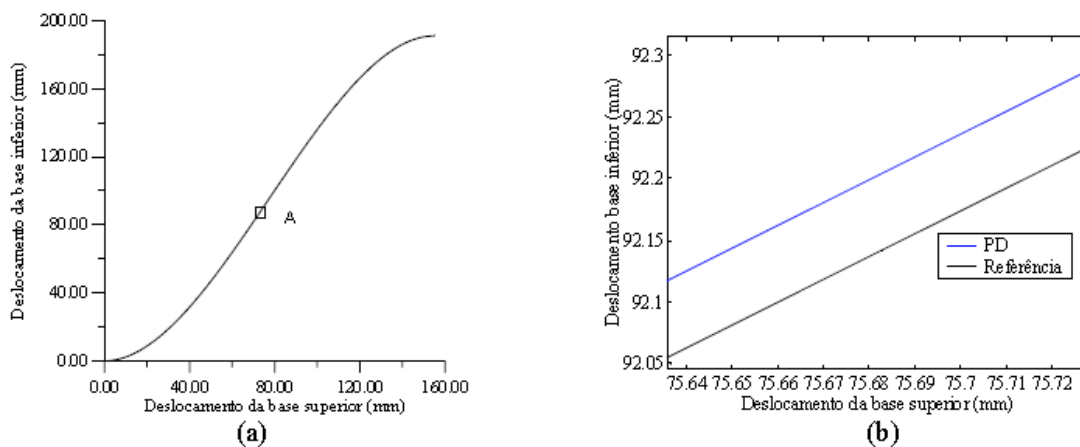


Figura 6 – (a) Trajetória polinomial descrita pelo controlador PD; (b) Detalhe “A” da Fig.(6.a)

5. Avaliação de Desempenho de Acompanhamento de Trajetórias do Sistema Sob as Ações dos Controladores LQG e PD Robusto.

Nesta seção apresenta-se o desempenho da mesa de coordenadas XY sob as ações dos controladores LQG e PD robusto, com relação ao acompanhamento das trajetórias circular e polinomial propostas. Na Figura (7) apresenta-se os resultados obtidos com simulações, para o acompanhamento de trajetórias circulares de raios de 23 mm e 70 mm. Nesta figura, aparentemente, a mesa de coordenadas sob as ações dos controladores LQG e PD robusto, apresentam o mesmo desempenho, porem, nos detalhes A e B desta figura, mostrados nas Fig.'s (8.a e 8.b), verifica-se que a mesa sob a ação do controlador LQG apresenta menor erro de acompanhamento. Na Figura (9.a) mostra-se os resultados obtidos com simulações, da mesa de coordenadas XY, sob as ações dos controladores LQG e PD robusto, no acompanhamento de uma trajetória polinomial. Neste caso também foi notado que aparentemente não existe diferença de desempenho da mesa de coordenadas sob as ações dos controladores LQG e PD. Porem, no detalhe "A" desta figura, mostrado na Fig. (9.b), verifica-se que a mesa sob a ação do controlador LQG é mais robusta que sob a ação do controlador PD.

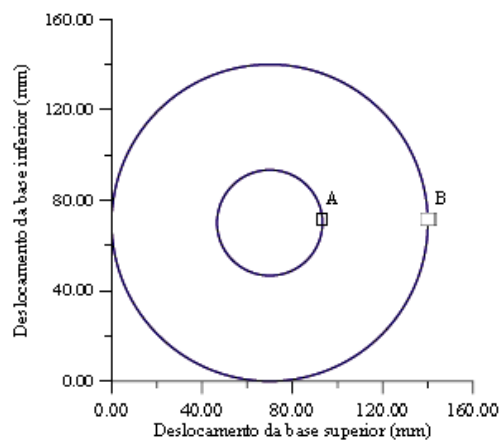


Figura 7. Trajetórias circulares da mesa de coordenadas XY sob as ações dos controladores LQG e PD robusto

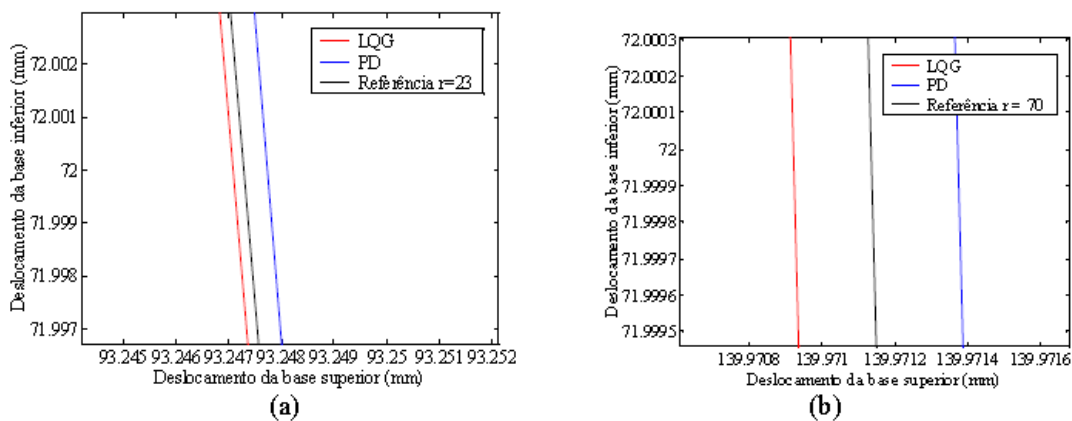


Figura 8. (a) Detalhe "A" do acompanhamento da trajetória circular de raio de 23 mm ; (b) Detalhe "B" do acompanhamento da trajetória circular de raio de 70 mm.

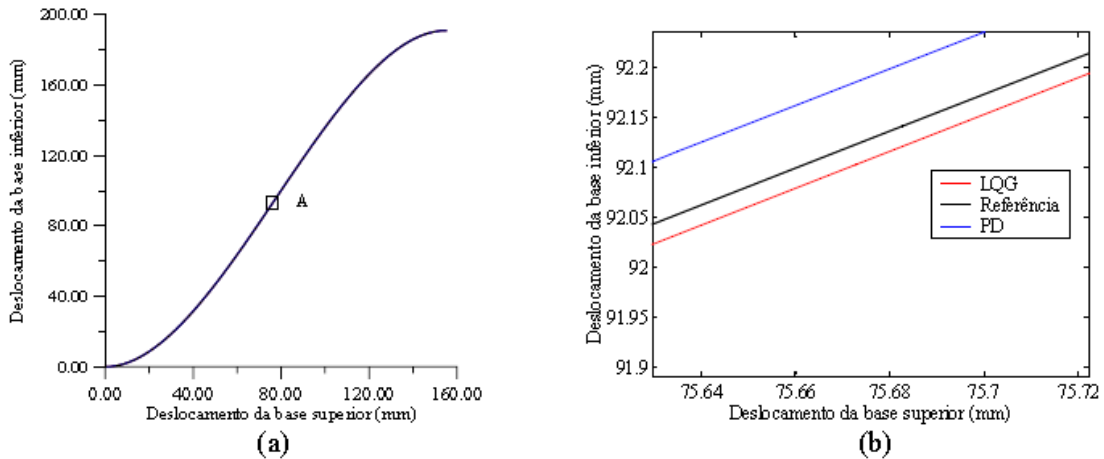


Figura 9. (a) Trajetória polinomial descrita pela mesa de coordenadas XY sob as ações dos controladores LQG e PD ; (b) Detalhe A da Fig. (9.a).

6. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se duas técnicas de projeto de controle baseadas na teoria de controle robusto. Essas técnicas de projeto garantem um certo grau de robustez para sistemas, sob as ações de controladores projetados com base nas mesmas. Ambas as técnicas são fáceis de serem aplicadas, e os resultados apresentados neste trabalho demonstram que o sistema de mesa de coordenadas XY, sob as ações dos controladores LQ e PD robusto, possui qualidades de robustez com relação ao acompanhamento de trajetórias. Porém, para que um sistema de controle seja considerado robusto é necessário que o mesmo tenha bom desempenho com relação ao acompanhamento de trajetórias, a rejeição de distúrbios, a atenuação de ruídos e insensibilidade a variações na dinâmica do sistema. Além do mais, o mesmo tem que apresentar estabilidade, mesmo atuando em condições não previstas no projeto. Diante deste fato, verifica-se a necessidade de obter resultados experimentais para que se possa avaliar melhor as qualidades de robustez deste sistema sob as ações dos controladores projetados, uma vez que na prática a presença de atritos, folgas de engrenagens, inércia e dinâmica de atuadores, são fatores que interferem diretamente na resposta do sistema.

7. Referências

- Braga, C. S., 2006, "Projeto de um Controlador Proporcional Derivativo, com Filtro, Utilizando a Técnica de Alocação de Pólos". Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Recife, Pernambuco, agosto de 2006.
- Cruz, J. J. 1996, "Controle Robusto Multivariável", Ed. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- D'azzo & J. J., HOUPIIS, C. H., 1978, "Análise e Projeto de Sistemas de controle Lineares", Ed. Guanabara Dois, S.A., Rio de Janeiro.
- Dorf, R. C. E Bishop, R. H., 1998, "Sistemas de Controle Modernos", 8 ed., LTC, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Graic, J. J., "Introduction to Robotics, Mechanical & Control", Addison - Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-10326-5, USA, 1988).
- Lewis, F. L.; Syrmos V. L. Optimal Control. New York .Ed. . John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Ogata, K., 2003, "Engenharia de Controle Moderno", 4. ed., Pratince Hall, São Paulo.